

Teknillinen Korkeakoulu

Matematiikka

Mat-1.1230 Matematiikan peruskurssi S3, syksy 2007

Laskuharjoitus 11L loppuviikolla 48 (28.-30.11.) Nämä tehtävät on tarkoitus laskea kotona; ratkaisut käsitellään harjoituksissa.

1. Onko matriisi

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2+2i & 0 \\ 2-2i & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3i \end{bmatrix}$$

hermiittinen? Laske sen ominaisarvot.

2. Laske matriisin

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

ominaisarvot, ja määritä niiden algebrallinen ja geometrinen kertaluku.

3. Määritä matriisin $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ diagonalisoiva ortogonaalmatriisi $U \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, eli matriisi U , kun

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

4. Symmetrisen matriisin *häiriöalttius* on sen itseisarvoltaan suurimman ja pienimmän ominaisarvon suhde. Laske matriisin

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 0 \\ 4 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \end{bmatrix}$$

häiriöalttius.

5. Shakkipelin kuningas voi liikkua mihin tahansa naapuriruutuun. Rajoitetaan shakkilaudasta 3×3 ruutua käsittävä nurkka ja asetetaan shakkikuningas keskimmäiseen ruutuun. Olettamalla, että kuningasta liikutetaan satunnaisesti (kaikki mahdolliset siirrot ovat yhtä todennäköisiä), millä todennäköisyydellä kuningas on kolmen siirron jälkeen taas keskiruudussa?