

Teknillinen Korkeakoulu

Matematiikka

Mat-1.1230 Matematiikan peruskurssi S3, syksy 2007

Laskuharjoitus 11A alkuvuikolla 48 (26.-28.11.) Näitä tehtäviä lasketaan vasta harjoituksissa. Tehtäviä voi silmäillä ennen harjoitusta ja kerrata tarvittavaa aihepiiriä kurssimateriaalista.

1. Neliömatriisi A on *antihermiittinen*, jos $A^\dagger = -A$. Näytä, että jokainen neliömatriisi voidaan kirjoittaa hermiittisen ja antihermiittisen matriisin summana. Sovella tulosta matriisiin

$$A = \begin{bmatrix} -i & 4+i & -3 \\ 2 & i+2i & 0 \\ 4-3i & 3i & 5 \end{bmatrix}.$$

2. Määritä matriisin $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ diagonalisoiva ortogonaalmatriisi $U \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, eli matriisi U , jolle $U^T A U$ on diagonaalinen, kun

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}.$$

3. Laske matriisin

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 4+i \\ 4-i & 2 \end{bmatrix}$$

ominaisarvot.

4. Konstruoi matriisi $A \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$, jonka ominaisarvot ovat i ja 2 , ja niiden algebralliset kertaluvut ovat $m_a(i) = 2$, $m_a(2) = 3$, sekä geometriset kertaluvut $m_g(i) = 2$, $m_g(2) = 1$. Montako ominaisvektoria matriisilla on? Määritä ominaisvektorit.
5. Matriisista $A \in \mathbb{R}^{7 \times 7}$ tiedetään, että sen ominaisarvot ovat 2 , 5 ja -1 . Lisäksi tiedetään algebralliset kertaluvut $m_a(2) = 2$, $m_a(5) = 3$, sekä geometriset kertaluvut $m_g(-1) = 2$, $m_g(5) = 2$. Konstruoi jokin sellainen matriisi, jolla on mainitut ominaisuudet.