Teknillinen Korkeakoulu, Matematiikka — Gripenberg/Salin
Mat-1.421 Matematiikan peruskurssi S1
3. välikoe 16.12.1999

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin eri riveille:
1) opintojakson nimi, välikokeen numero (jos välikoe), päiväys;
2) opiskelijanumero+kirjain, TEKSTATEN sukunimi alleviivattuna, kaikki etunimet;
3) koulutusohjelma (Aut, Inf, Tfy, Tik, Tuo, Säh, Kon, Kem, Mak, Puu, Ark, Maa, Mar, Ryk);
4) mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat;
5) nimikirjoitus

1.

(a) Määritä integraalifunktio $\displaystyle\int \frac{x^2-2x+1}{x^2+3x+2}\,\mathrm{d}x$.

(b) Laske integraalin $\displaystyle\int_0^2 \frac{x^2-2x+1}{x^2+3x+2}\,\mathrm{d}x$ likiarvo Simpsonin menetelmällä kun integroimisväli jaetaan neljään yhtä pitkään osaväliin.

2.

(a) Laske funktion f Fouriermuunnos $\hat{f}(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}f(t)\,\mathrm{d}t$, $\omega\in\mathbb{R}$, kun $f(t)=1$ kun $|t|\le T$ ja $f(t)=0$ kun $|t|>T$.

(b) Onko käyrän $\{\,(x(t),y(t))\mid t\in(0,1)\,\}$, $x(t)=t\cos(\frac{1}{t})$, $y(t)=t\sin(\frac{1}{t})$, pituus äärellinen?

3. Ympyrämuotoisen, äärettömän pitkän putken halkaisija on 2 (pituusyksikköä) ja putken akseli menee pisteen $(-7,2,0)$ kautta ja on kohtisuorassa tasoa $4x+y-z=5$ vastaan. Toisen, myös ympyrämuotoisen, putken akseli menee pisteiden $(3,2,1)$ ja $(3,3,2)$ kautta. Määritä putkien akselien yhtälöt. Miten iso jälkimmäisen putken halkaisija voi olla jos putket eivät kosketa toisiaan?

4. Määritä Newtonin interpolointikaavalla, eli käyttäen jaettuja erotuksia, kolmannen asteen polynomi p, jolle pätee $p(0)=1$, $p(1)=0$, $p(2)=5$ ja $p(4)=57$. (Jos et osaa käytää Newtonin interpolintikaavaa, yritä laskea tätä polynomia jollain toisella tavalla.) Olkoon f on funktio, jolle pätee $f(0)=1$, $f(1)=0$, $f(2)=5$ ja $f(4)=57$. Määritä yläraja "virheelle" $|f(1.5)-p(1.5)|$ kun tiedetään, että $|f''(x)|\le 28$, kun $0\le x\le 4$, $|f'''(x)|\le 6$, kun $1\le x\le 2$, $|f'''(x)|\le 11$, kun $0\le x\le 4$, ja $|f^{(4)}(x)|\le 4$, kun $0\le x\le 4$.