Teknillinen Korkeakoulu, Matematiikka Gripenberg/Salin
Mat-1.421 Matematiikan peruskurssi S1
Tentti 20.12.1999

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin eri riveille:
1) opintojakson nimi, välikokeen numero (jos välikoe), päiväys;
2) opiskelijanumero+kirjain, TEKSTATEN sukunimi alleviivattuna, kaikki etunimet;
3) koulutusohjelma (Aut, Inf, Tfy, Tik, Tuo, Säh, Kon, Kem, Mak, Puu, Ark, Maa, Mar, Ryk);
4) mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat;
5) nimikirjoitus

1.

(a) Olkoon $w = 2 - 2\mathrm{i}$. Hae muodossa $a + \mathrm{i}b$ kaikki yhtälön $z^5 = w$ ratkaisut.

(b) Esitä $(2z)/(z-1)$ muodossa $a + \mathrm{i}b$ kun $z = 0$, $z = \mathrm{i}$, $z = -\mathrm{i}$ ja $z = 2$. Mikä on joukon $\{ z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re} z > 0 \}$ kuva kuvauksessa $z \mapsto (2z)/(z-1)$?

2. Määritä vektoreiden $(2, 1, -1, 1)$, $(-2, -1, 3, -3)$, $(6, 3, -7, 7)$ ja $(2, 1, -5, 5)$ virittämän avaruuden dimensio ja määritä jokin tämän avaruuden kanta.

3. Selitä, miten Newtonin menetelmää käyttäen voidaan laske luvun $\sqrt[5]{a}$ likiarvo kun $a > 0$ käyttäen ainoastaan yhteen, vähennys-, kerto- ja jakolaskua. Laske tällä tavalla $\sqrt[5]{2}$ (ylimalkaisesti arvioiden) viiden desimaalin tarkkuudella.

4.

(a) Määritä integraalifunktio $\displaystyle\int x^2 \ln(x)^2 \,\mathrm{d}x$ integroimalla osittain (kaksi kertaa).

(b) Laske integraalin $\displaystyle\int_1^2 x^2 \ln(x)^2 \,\mathrm{d}x$ likiarvo Simpsonin menetelmällä kun integroimisväli jaetaan neljään yhtä pitkään osaväliin.

5.

(a) Määritä (napakoordinaatistossa annetun) käyrän $r = \theta^2$, $0 \le \theta \le \pi$ pituus.

(b) Määritä (napakoordinaatistossa annetun) käyrän $r = \theta$ kaarevuus pisteessä $\theta = \frac{\pi}{2}$. (Kaarevuus saadaan kaavasta $\frac{|\mathbf{r}'(t) \times \mathbf{r}''(t)|}{|\mathbf{r}'(t)|^3}$.)