Teknillinen Korkeakoulu, Matematiikka — Gripenberg/Salin
Mat-1.421 Matematiikan peruskurssi S1
Tentti 14.1.1999

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin eri riveille:
1) opintojakson nimi, välikokeen numero (jos välikoe), päiväys;
2) opiskelijanumero+kirjain, TEKSTATEN sukunimi alleviivattuna, kaikki etunimet;
3) koulutusohjelma (Ark, Mar, Kem, Tik, Tuo, Tfy, Kon, Maa, Puu, Ryk, Säh, Aut, Mak);
4) mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat;
5) nimikirjoitus

1.

(a) Kirjoita kompleksiluku $\dfrac{1+\mathrm{i}}{2-\mathrm{i}}$ muodoissa $a+\mathrm{i}b$ ja $r\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi}$.

(b) Määritä kaikki kompleksiluvut z, joille pätee $\mathrm{e}^z = 2\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{3}{2}\pi}$.

2. Olkoon

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 \\ -2 & -5 & -1 & 3 \\ -1 & -2 & 1 & 7 \end{bmatrix}.$$

(a) Sovella Gaussin algoritmia matriisiin A, niin että saadaan porrasmuotoinen matriisi.

(b) Mikä on matriisin A rangi?

(c) Määritä jokin matriisin A vaakavektoreiden virittämän avaruuden kanta.

(d) Määritä jokin matriisin A pystyvektoreiden virittämän avaruuden kanta.

3. Hae Newtonin menetelmällä yhtälön $x^3 - 2x - 6 = 0$ likimääräinen ratkaisu kolmen desimaalin tarkkuudella (ylimalkaisesti arvioiden).

4.

(a) Laske integraali $\int_0^\pi x^2 \sin(x)\,\mathrm{d}x$.

(b) Laske integraalin $\int_0^\pi x^2 \sin(x)\,\mathrm{d}x$ approksimaatio käyttäen Simpsonin sääntöä ja jakamalla väli $[0,\pi]$ neljään yhtä pitkään osaväliin.

5. Taso käy pisteen $(1,1,0)$ ja suoran $x-1 = 2(y+1) = -z+1$ kautta. Määritä tason yhtälö ja pisteen $(1,1,1)$ etäisyys tästä tasosta.