Teknillinen Korkeakoulu, Matematiikka — Miekkala/Gripenberg
Mat-1.421 Matematiikan peruskurssi S1
Tentti 3.9.1998

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin eri riveille:
1) opintojakson nimi, välikokeen numero (jos välikoe), päiväys;
2) opiskelijanumero+kirjain, TEKSTATEN sukunimi alleviivattuna, kaikki etunimet;
3) koulutusohjelma (Ke, Ko M, Mk, P, R, S, Tf, Ti, Tu);
4) mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat;
5) nimikirjoitus

1. Osoita, että yhtälöryhmällä

$$\begin{aligned} \mathrm{i}x- \ y+ \ 2z&=2\\ 2x \quad \ + \alpha z&=2\\ -x+2y+5\mathrm{i}z&=\beta \end{aligned}$$

on yksikäsitteinen ratkaisu kaikilla α:n arvoilla yhtä lukuunottamatta. Mikä on tämä α:n arvo? Millä β:n arvolla ryhmällä on tällöin ratkaisu ja mikä on kyseinen ratkaisu? (Sekä parametrit α, β että tuntemattomat x, y, z ovat tässä kompleksilukuja.)

2.

(a) Laske $\displaystyle\int_1^2 \frac{x+2}{x^2+x}\,\mathrm{d}x$.

(b) Jos (a)-kohdan integraali lasketaan Simpsonin säännöllä jakaen integroimisväli neljään yhtäsuureen osaväliin, niin mikä approksimaatio sille saadaan?

3. Kirjoita Taylorin kaavan avulla funktion $\ln(1+x)$ kolmannen asteen approksimaatio origon ($a=0$) ympäristössä. Käytä tulosta luvun $\ln 1,25$ approksimoimiseen ja määritä jäännöstermin avulla pienin väli, jolla $\ln 1,25$ varmasti on.

4. Kolmion kärkipisteet ovat $(3,-2,4)$, $(2,-1,-1)$ ja $(3,1,1)$. Mikä on sen tason yhtälö, jolla kolmio sijaitsee? Entä kolmion pinta-ala?

5. Käyrä $y=\cosh x$, $x\in[0,1]$ pyörähtää x-akselin ympäri. Laske syntyvän pyörähdyskappaleen tilavuus ja pinta-ala.