TKK, Matematiikan laitos Gripenberg/Salin
Mat-1.421 Matematiikan peruskurssi S1
Tentti 6.4.2002

Kirjoita jokaiseen koepaperiin nimesi, opiskelijanumerosi ym. tiedot !
Funktiolaskin on sallittu apuväline tässä kokeessa!

1.

(a) Olkoon $z = 3 + \mathrm{i}4$. Kirjoita kompleksiluku $\dfrac{\overline{z} - 1}{z + 1}$ muodossa $a + \mathrm{i}b$.

(b) Olkoon $w = 3 - \mathrm{i}$. Määritä yhtälön $\mathrm{e}^z = w$ kaikki ratkaisut, eli määritä kaikki funktion $\ln(w)$ arvot.

2. Määritä matriisin

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & -2 \end{bmatrix}$$

käänteismatriisi Gaussin algoritmin avulla.

3. Määritä polynomi p siten, että $|t\sin(2t) - p(t)| \leq 10^{-2}$ kun $0 \leq t \leq \frac{1}{2}$.

4.

(a) Laske funktion f Fourier-kertoimet $\hat{f}(n) = \int_0^1 \mathrm{e}^{-\mathrm{i}2\pi nt} f(t)\,\mathrm{d}t$ kun $f(t) = 1+t$, $t \in [0, 1)$ ja $f(t + 1) = f(t)$, $t \in \mathbb{R}$.

(b) Määritä integraalin $\int_0^2 \sqrt{x^3 + 1}\,\mathrm{d}x$ likiarvo käyttäen suunnikasmenetelmää ja 4 yhtä pitkää osaväliä.

5.

(a) Laske vektoreiden $\mathbf{a} = \mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ ja $\mathbf{b} = -\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$ ristitulo $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$.

(b) Määritä (korkeintaan) 2-asteinen polynomi p, joka toteuttaa ehdot $p(-1) = 5$, $p(0) = 2$ ja $p(2) = 8$, käyttäen Newtonin interpolointikaavaa. (Ellet osaa käyttää Newtonin interpolointikaavaa, niin määritä tämä polynomi jollain toisella tavalla.) Laske tämän polynomin arvo pisteessä 1.