TKK, Matematiikan laitos — Gripenberg/Salin
Mat-1.421 Matematiikan peruskurssi S1
3. välikoe 13.12.2001

Kirjoita jokaiseen koepaperiin nimesi, opiskelijanumerosi ym. tiedot !
Funktiolaskin on sallittu apuväline tässä kokeessa!

1.

(a) Määritä funktion f Fourier kertoimet, eli laske integraalit $\int_0^1 \mathrm{e}^{-\mathrm{i}2\pi n t} f(t)\,\mathrm{d}t$ kun n on kokonaisluku ja

$$f(t) = \begin{cases} t, & 0 \le t \le \frac{1}{2}, \\ 0, & \frac{1}{2} < t \le 1. \end{cases}$$

(Tarkastele erikseen tapaukset $n = 0$ ja $n \neq 0$.)

(b) Määritä integraalin $\int_4^6 \frac{\sqrt{x}}{1+x^2}\,\mathrm{d}x$ likiarvo käyttäen suunnikasmenetelmää ja neljää yhtä pitkää osaväliä.

2.

(a) Määritä integraali $\int \frac{t-1}{(t-2)(3-t)}\,\mathrm{d}t$.

(b) Onko integraali $\int_4^\infty \left|\frac{t-1}{(t-2)(3-t)}\right|\,\mathrm{d}t$ äärellinen (eli suppeneeko se)?

3.

(a) Määritä käyrän $r = -2\sin(\theta)$ sisäpuolelle jäävän alueen pinta-ala.

(b) Määritä pisteen $(1, 0, 1)$ kautta kulkevan ja tasojen $3x + 2y - z = 1$ ja $x - 2y + 2z = 2$ leikkaussuoran suuntaisen suoran yhtälö parametrimuodossa.

4.

(a) Määritä (korkeintaan) astetta 2 oleva polynomi p, joka toteuttaa ehdot $p(-2) = 15$, $p(0) = 1$ ja $p(1) = 0$, käyttäen Newtonin interpolointikaavaa. Laske tämän polynomin arvo pisteessä $-\frac{1}{2}$. (Ellet osaa käyttää Newtonin interpolointikaavaa, niin määritä tämä polynomi jollain toisella tavalla.)

(b) Jos funktio f toteuttaa ehdot $f(-2) = 15$, $f(0) = 1$ ja $f(1) = 0$ niin määritä (interpoloinnin virhekaavan avulla) yläraja lausekkeelle $|f(-\frac{1}{2}) - p(-\frac{1}{2})|$ missä p on (a)-kohdassa laskettu polynomi, kun lisäksi tiedetään, että $f'(x) \ge -10$ kun $x \in [-2, 1]$, $|f''(x)| \le 5$ kun $x \in [-2, 0]$, $|f''(x)| \le 6$ kun $x \in [0, 1]$, $|f'''(x)| \le 4$ kun $x \in [-2, -1]$ ja $|f'''(x)| \le 2$ kun $x \in [-1, 1]$.

Vastaa kurssin kotisivulla olevaan **kurssikyselyyn!**