TKK, Matematiikan laitos Gripenberg/Salin
Mat-1.421 Matematiikan peruskurssi S1
Tentti 7.4.2001

Kirjoita jokaiseen koepaperiin nimesi, opiskelijanumerosi ym. tiedot !
Funktiolaskin on sallittu apuväline tässä kokeessa!

1.

(a) Kirjoita kompleksiluku $\dfrac{z-\mathrm{i}}{2-\overline{z}}$ muodossa $a+\mathrm{i}b$ kun $z=1+\mathrm{i}$.

(b) Olkoon $w=-1-\mathrm{i}$. Määritä yhtälön $\mathrm{e}^z=w$ kaikki ratkaisut, eli määritä kaikki funktion $\ln(w)$ arvot.

2. Määritä matriisin

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

käänteismatriisi Gaussin algoritmin avulla.

3. Määritä jokin polynomi p (esimerkiksi Taylorin polynomi) siten, että

$$\left| p(x) - \mathrm{e}^{-x^2} \right| < 0.01 \text{ kun } |x| \le 1.$$

4. Ratkaise likimääräisesti yhtälö $x^3+\ln(1+x^2)-2=0$ Newtonin menetelmällä, siten, että virhe on itseisarvoltaan korkeintaan 10^{-4}. Alkuarvona voit käyttää $x_0=1$.

5.

(a) Suorita sijoitus $x=\tan(t)$ integraalissa

$$\int_0^1 \frac{1}{1+\sqrt{1+x^2}}\,\mathrm{d}x.$$

Näin saatua uutta integraalia ei tarvitse laskea.

(b) Määritä integraalin $\int_0^3 \sin(x+x^2)\,\mathrm{d}x$ likiarvo käyttäen Simpsonin menetelmää ja 4 yhtä pitkää osaväliä. Muista käyttää radiaaneja laskimessasi!