Teknillinen Korkeakoulu, Matematiikka — Gripenberg/Salin

Mat-1.421 Matematiikan peruskurssi S1

1. välikoe 16.10.2000

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin eri riveille:
1) opintojakson nimi, välikokeen numero (jos välikoe), päiväys;
2) opiskelijanumero+kirjain, TEKSTATEN sukunimi alleviivattuna, kaikki etunimet;
3) koulutusohjelma (AUT, INF, TFY, TIK, TUO, EST, TLT, KON, KEM, MAK, PUU, ARK, MAA, MAR, RYK);
4) mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat;
5) nimikirjoitus

1.

(a) Määritä muodossa $a + \mathrm{i}b$ kaikki kompleksiluvut z jotka toteuttavat yhtälön $z^5 = -16\sqrt{2}(1 + \mathrm{i})$. (Lausekkeille, jotka ovat muotoa $\cos(\frac{m\pi}{n})$ ja $\sin(\frac{m\pi}{n})$ ei tarvitse laskea likiarvoja).

(b) Teekkarit A ja B laskivat erään kompleksiluvun z. Teekkari A sai vastaukseksi, että luvun argumentti eli vaihekulma on 2,345 ja teekkari B sai vastaukseksi, että luvun imaginaariosa on $-\sqrt{2}$. Laskivatko molemmat oikein? Entä mitä voidaan sanoa tuloksista jos lisäksi tiedetään, että z^2:n imaginaariosa on 1.

2. Millä a:n arvoilla yhtälösysteemillä

$$\begin{aligned} 2x_1+3x_2-x_3+x_4&=1+a\\ 6x_1+9x_2-5x_3+4x_4&=a\\ -2x_1-3x_2+5x_3-3x_4&=4+a \end{aligned}$$

on äärettömän monta ratkaisua? Määritä nämä ratkaisut näillä a:n arvoilla. Käytä Gaussin algoritmia!

3.

(a) Määritä vektoreiden $(-1, 2, -3)$, $(2, -4, 6)$, $(2, -2, 7)$ ja $(1, 0, 4)$ virittämän vektoriavaruuden jokin kanta sekä tämän avaruuden dimensio.

(b) Oletetaan, että A ja B ovat $n \times n$ matriiseja, jotka eivät ole nolla-matriiseja, mutta, jotka toteuttavat yhtälön $AB = 0$. Mitä voidaan sanoa luvuista $\det(A)$ ja $\det(B)$? Perustele!

4.

(a) Tutki ja piirrä käyrä $3x^2 + 4xy + 3y^2 - 5 = 0$.

(b) Olkoon

$$B = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}.$$

Määritä matriisi B^n, kun $n \geq 1$, käyttäen diagonalisointia (ja mikäli mahdollista, (a)-kohdan tuloksia).