

Harjoitukset viikolla 37, 2005. **kt**=kotitehtävä, **ht**=harjoitustehtävä.

Kotitehtävät palautetaan oman ryhmän assistentille loppuviikon laskuharjoituksissa.

Käytä paperikokoa A4 ja nido arkit nippuun, jos palautat useamman kuin yhden.

Muista laittaa kotitehtäväpaperiin **nimi, opiskelijanumero ja harjoitusryhmä!**

1) (**ht**) Etsi, yrityksen ja erehdyksen kautta, sellaiset 2×2 -matriisit, jotka toteuttavat

a) $A^2 = -I$, kun matriisissa A on vain reaalisia,

b) $B^2 = 0$, vaikka $B \neq 0$ ja

c) $CD = -DC$ ja $CD \neq 0$.

2) (**ht**) Totta vai tarua? Perustele tosi väite ja anna epätodesta vastaesimerkki.

a) Jos A ja B ovat symmetrisiä, niin AB on symmetrinen.

b) Jos A ja B ovat kääntyviä, niin AB on kääntyvä.

c) Jos matriisin A^2 inverssi on B , niin matriisin A inverssi on AB .

d) Jos matriisi A on kääntyvä ja matriisissa B on matriisin A rivit käännetyssä järjestyksessä, niin B on kääntyvä.

3) (**ht**) Ovatko seuraavien matriisien sarakkeet lineaarisesti riippumattomia? Mikä on sarakkeiden virittämän aliavaruuden dimensio (matriisin rankki)?

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 6 & 0 & 2 \\ 0 & 8 & 3 \\ 2 & 5 & 7 \\ 5 & 5 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{c) } \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

4) (**ht**) Etsi seuraavien matriisien käänteismatriisi ja tarkista saamasi tulos. Vaihtoehtoisesti perustele, miksi käänteismatriisia ei ole.

$$\text{a) } \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 17 \\ 0 & 4 & 8 \end{pmatrix}$$

5) **(ht)** Käännä matriisi

$$\begin{pmatrix} 205 & 16 & 81 \\ 0 & -13 & 2 \\ 0 & 0 & 16 \end{pmatrix}.$$

Gaussin-Jordanin eliminaatiolla. Laske determinantti.

6) **(ht)** Olkoon

$$H(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(2\theta) & \sin(2\theta) \\ \sin(2\theta) & -\cos(2\theta) \end{pmatrix}.$$

a) Osoita, että $\mathbb{C}$:n operaatio $z \rightarrow \bar{z}$ vastaa tasolla $\mathbb{R}^2$ kertomista matriisilla $H(0)$.

b) Mille joukon $\{H(\theta) : \theta \in [0, \pi)\}$ elementeille kertolasku on vaihdannainen?
Mitä tämä tarkoittaa geometrisesti?