



Mat-1.1132 Matematiikan peruskurssi C3-II
Eloranta / Haimi
Harjoitustehtävät

48

Kotitehtävät palautetaan alkuviikon laskareihin tai huoneen U343 vieressä olevaan palautuskaappiin ke klo 12.15 mennessä. Vastaukset kirjoitetaan joko konseptille tai nidotuille irtolehdille. Palautettaviin papereihin on ehdottomasti merkittävä kansilehteen kurssin nimi, tehtäväviikko, ryhmä, johon on ilmoittautunut, sekä oma nimi ja opiskelijanumero. Puutteelliset harjoituspaperit jätetään arvostelematta.

1 Kotitehtävät

Kotitehtävä 1: Näytä, että $\{(0, 1, 2)^T, (1, 3, 1)^T, (2, 1, 0)^T\}$ on $\mathbb{R}^3$:n kanta. Ortonormeeraa se.

Kotitehtävä 2: Osoita, että jos vektorinormi on l^1 , eli $\|x\|_1 = \sum_{i=1}^n |x_i|$, niin matriisinormille pätee

$$\|A\| = \max_k \sum_{j=1}^n |a_{jk}|$$

.

Kotitehtävä 3: Laske e^A kun A on

(a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$

2 Laskuharjoitukset

Tehtävä 1: Osoita, että

- (a) ortogonaalimatriisien tulo on ortogonaalinen
- (b) alakolmiomatriisien tulo on alakolmiomatriisi
- (c) kääntyvän alakolmiomatriisin käänteismatriisi on alakolmiomatriisi.

Tehtävä 2: Etsi diagonalisointi hyväksi käyttäen matriisin $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ neliöjuuri, eli matriisi N siten, että $N^2 = A$. Onko se yksikäsitteinen?

Tehtävä 3: Johda tulon derivointisääntö $n \times n$ -matriisien $A(t)$ ja $B(t)$ tulolle.

Tehtävä 4: Ratkaise matriisieksponentilla $\dot{y} = Ay$, missä

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}.$$

Mikä on dynaaminen tyyppi?

Tehtävä 5: Miksi A ei voi koskaan olla similaarinen $A + I$:n kanssa?

Tehtävä 6: Etsi differentiaaliyhtälösystemien yleiset reaaliset ratkaisut.

a)

$$\begin{cases} y_1' &= -4y_2 \\ y_2' &= y_1 - 5y_2 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} y_1' &= y_1 - y_2 \\ y_2' &= y_1 + y_2 \end{cases}$$