

### Mat-1.192 Numeerinen ja symbolinen laskenta kevät 2005

<http://www.math.hut.fi/teaching/numsym/04/H/>

#### Laskuharjoitus 7 (viikko v1-v2 , 7-14.4.)

Cooper: Ch 4.4 ss. 141--150 (jaettu)  
<http://www.math.hut.fi/opetus/numsym/05/L/L10.pdf>  
<http://www.math.hut.fi/opetus/numsym/05/maple/lampolahde.mws>  
/p/edu/mat-1.192/lampolahde.mws (sama kuin yllä)  
<http://www.math.hut.fi/opetus/numsym/04/matlab/moler/pdf/odes.pdf>

#### Käydään läpi to 14.4 (Sovitaan ti 12.4 tarkemmin)

1. Kirjoita heiluriyhtälö  $\Theta'' + \frac{g}{L} \sin(\Theta) = 0$  ensimmäisen kertaluvun systeemiksi ja samantien Matlab-funktioksi (joko inline tai m-tiedosto). Voit ottaa  $g/L = 1$ .  
Laske ratkaisu sopivalla aikavälillä (esim.  $[0, 10]$ ) ja kolmella erilaisella alkuarvolla, joilla saat erityyppiset ratkaisut. Käytä `ode45`-funktiota.  
Piirrä ratkaisukäyrät aikatasoon ja trajektorit faasitasoon.
2. Tee sama Maplella. Yritä ensin analyttistä ratkaisua. Siirry sitten numeeriseen, syntaksi on muuten sama, mutta lisätään attribuutti `numeric`. Lisäksi suosittelen valitsimen `output=listprocedure` käyttöä.
3. **Reuna-arvotehtävä tähtäysmenetelmällä** (Moler odes teht. 7.19 ss. 45–47.) Olkoon ratkaistavana reuna-arvotehtävä  $y'' = y^2 - 1$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y(1) = 1$ . Tee Molerin ohjeen mukaan Matlab-funktio, joka ottaa argumentikseen ”alkunopeuden”0:ssa ja palauttaa vastaavan AA-tehtävän ratkaisun arvon 1:ssä, vähennä siitä vielä 1, niin sinulla on funktio, jota sopii tarjota `fzero`:lle. Lue lisää Molerin ohjeesta.  
**Huom!** `inline`-määrittelyt ”tökkivät”tällaisissa tilanteissa, kun on useita toisiaan kutsuvia funktioita. Kirjoita siis m-tiedostoiksi.
4. Ratkaise sama RA-tehtävä Maplella. Yritä ensin analyttistä. Jos/kun mitään ei palaudu, voit asettaa esim `infolevel[dsolve]:=3`.. Näet ainakin, mitä Maple yrittää.  
Siirry sitten tyyppiin `numeric`, homma sujuu ongelmitta.

5. Laske ”analyttinen”ratkaisu harj. 6 teht. 4:lle. Ota mallia ja käytä hyväksesi yllä olevaa. Luentoprujussa `L/L10.pdf` ja jaetussa Cooper-prujussa (Ch. 4.4) on nuotit.

Mielenkiintoiseksi numeeris-symbolisen vuorovaikutuksen kannalta asian tekee, että tässä (kuten useimmissa) tapauksessa ei integrointeja saada muuten kuin numeerisesti. Ratkaisussa käytetään `dsolve(..,numeric)`-tyyliä. Kts. esimerkkiä yllä. Lisäpiirteenä voisi tutkia, miten (numeeris-)analyttinen ratkaisu luontevimmin siirtyisi Matlabiin, päästäisiin vertaamaan varsinaiseen numeeriseen ratkaisuun.

Mallina yllä mainittu `lampolahde.mws`

Maple-ohjeita:

```
ratk:=dsolve({dyht,ehdot},y(t),numeric,output=listprocedure);
```

Jos kyseessä on vaikkapa 2. kertaluvun yhtälö, saat kätevästi ratkaisut suoraan funktioiksi tyyliin:

```
> y1:=eval(y(t),ratk); y2:=eval(diff(y(t),t),ratk);
```

Tämä on vaihtoehtoinen tapa `subs`-komennolle, siinä vain sijoitettava ilmoitetaan ensin, siis `subs(ratk,y(t))`; (Voidaan ajatella, että evaluoidaan tämä, näiden ehtojen vallitessa.)