Numsym 6.4.04

Differenssimenetelmä

Poissonin yhtälö : $\Delta u = f$, Ω:ssa

Dirichlet'n RE:t $u = g$ $\partial\Omega$:lla .

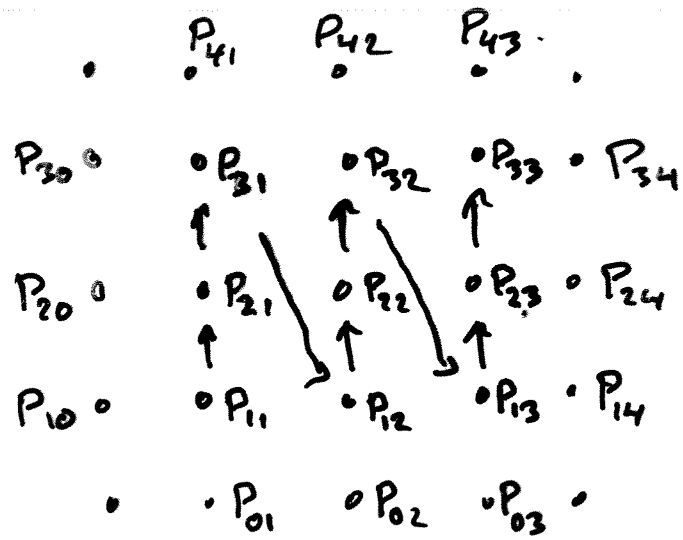
Differenssiappr.; diskreetti Δ_h

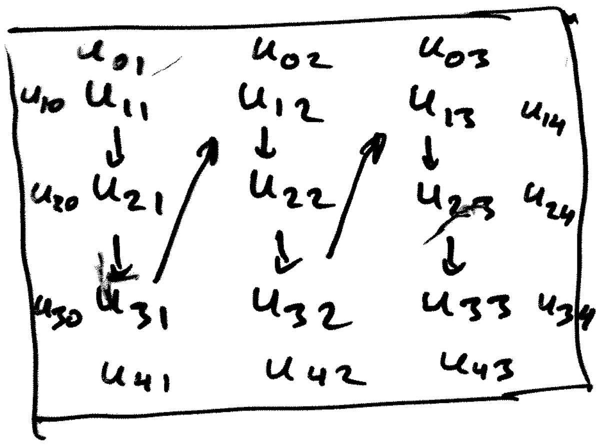
$$\Delta_h u(P) = \frac{1}{h^2}\big(u(N) + u(W) + u(E) + u(S) - 4u(P)\big)$$

$$\Delta_h u(P) = \begin{Bmatrix} & 1 & \\ 1 & -4 & 1 \\ & 1 & \end{Bmatrix} u$$

Poissonin yhtälön diskretointi :

$$\Delta_h u(P) = h^2 f(P)$$





Indeksimatriisi :

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 7 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & 8 & 0 \\ 0 & 3 & 6 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

G = numgrid('S', 5)

p = find(G)

Antaa 0:sta poikkeavien indeksit G(:):ssä

p' : 7 8 9 12 13 14 17 18 19

Otetaan vaikka N - E - S - W - järj! :

9 yht. $\begin{cases} -4u_{11} + u_{01} + u_{12} + u_{21} + u_{10} = h^2 f_{11} \\ \vdots \end{cases}$

Helpompi käyttää vektori-indeksejä:

$$-4u_1 + u_1^N + u_4 + u_2 + u_1^W = h^2 f_1$$
$$-4u_2 + u_1 + u_5 + u_2^W = h^2 f_2$$
$$-4u_3 + u_2 + u_6 + u_3^S + u_3^W = h^2 f_3$$

Muodostetaan indeksivektorit i ja j sekä vastaavat A - matriisin alkiot, alkiot s.

Lopuksi : A = sparse(i, j, s);

Tässä n = 5 , n2 = n - 2 .

Alkuun päästään hyvin, diagonaali koostuu -4:stä.

```
>> i = 1:n-2 ; j = i;
>> s = -4*ones(n-2,1);
```

Tai :
i = G(p)

Huom! Jos matriisia indeksoidaan yhdellä indeksillä, se etenee G(:) - järjest.

i	j	s
1	1	-4
2	2	-4
⋮	⋮	⋮
9	9	-4

Jokaisella sisäpisteellä on 4 naapuria, joista osa voi sijaita reunalla.

Tilanne on helppo hallita, kun käytetään G-indeksointia. (Vektori p antaa sisäpisteiden G-indeksit.)

Jokaista p-indeksin kohti on 4 naapuria: N, E, S, W.

N:n	G-indeksi:	p - 1
E:n	— " —	p + n
S:n	— " —	p + 1
W:n	— " —	p - n

```
>> for k = [-1 n 1 -n]
>>     Q = G(p+k);      % Pisteet, joiden
>>     q = find(Q);     % naapuri suunnas-
                        % sa k on sisäpiste.

>> i = [i; q];   % Lisätään em. pisteiden indeksit
                 %   i-vektoriin
>> j = [j; Q(q)]; % Lisätään ko. sisäpisteen naapurion indeksit j-vektoriin
>> s = [s; ones(length(q),1)];
                 % Sijoitetaan ao. kohdille arvovektoriin 1.
>> end
>> A = sparse(i,j,s);
```

[in , on] = inregion (x, y, xv, yv);
p = find (in - on); % sisäsolmujen vektori-indeksi
q = find (on) ; % reuna

p(1:10)' : 18, 19, 20, 21, 29, 30, 31, 32, 40, 41
q(1:10)' : 6, 7, 8, 9, 10, 11, 17, 22, 28, 33