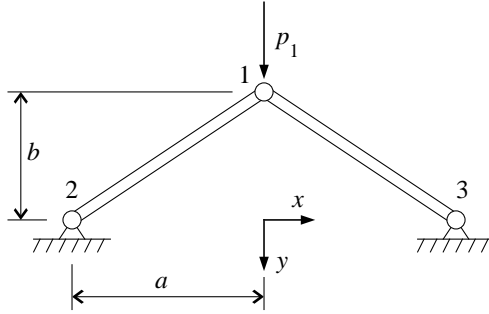


Teknillinen korkeakoulu

Mat-5.187 Epälineaarisen elementtimenetelmän perusteet (Mikkola/Ärölä)

10. harjoitus ke 9.4.2003 klo 10-12 U356

1. Kuvan (1) mukaista kahdesta identtisestä sauvasta koostuvaa ristikköä kuormittaa solmussa 1 voima p kuvan mukaisesti. Sauvojen materiaalin konstitutiivinen yhteys on $S_{11} = E^{SE} E_{11}$. Johda rakenteen tasapainoyhtälö energian lauseketta derivoimalla. Tutki ratkaisun stabiiliutta energian toisen derivaatan avulla. Lausu energia solmun 1 nykytilan y -koordinaattia y_1 käyttäen.



Kuva 1: Tehtävässä (1) tarkasteltava tasoristikko.

2. Osoita, että lausekkeet (6.3.60)

$$\mathbf{r} + \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{G} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{g} - \epsilon \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{0} \quad (1)$$

vastaavat funktion (6.3.59)

$$W_{PL}(\mathbf{d}, \boldsymbol{\lambda}, \beta) = W(\mathbf{d}) + \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{g}(\mathbf{d}) - \frac{1}{2} \epsilon \boldsymbol{\lambda}^T \boldsymbol{\lambda} \quad (2)$$

stationäärisuuspisteitä.

3. Osoita, että linearisoiduista *perturbed Lagrangian* yhtälöistä (6.3.61)¹

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} + \lambda_I \mathbf{H}_I & \mathbf{G}^T \\ \mathbf{G} & -\epsilon \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \mathbf{d} \\ \Delta \boldsymbol{\lambda} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -(\mathbf{r} + \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{G}) \\ -\mathbf{g} + \epsilon \boldsymbol{\lambda} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

saadaan linearisoidut sakkoyhtälöt eliminoimalla Lagrangen kertojat.

4. Johda sisäisten voimien materiaalsen aikaderivaatan päivitetyn Lagrangen formulaation mukainen lauseke (6.4.20)

$$\dot{f}_{iI}^{int} = \int_{\Omega} \frac{\partial N_I}{\partial x_k} (\sigma_{ki}^{\nabla T} + \sigma_{kl} L_{il}) d\Omega \quad (4)$$

lähtemällä liikkeelle vastaavasta kokonais Lagrangen esitystavan mukaisesta lausekkeesta (6.4.4)

$$\dot{f}_{iI}^{int} = \int_{\Omega_0} \frac{\partial N_I}{\partial X_j} (\dot{S}_{jr} F_{ir} + S_{jr} \dot{F}_{ir}) d\Omega_0 \quad (5)$$

ja asettamalla referenssitilaksi nykytila.

¹Oppikirjan yhtälössä on ylimääräiset sulut oikean puolen alimmassa termissä.