

MS-A0207 Differentiaali- ja integraalilaskenta 2 (Chem)

2. välikoe 15.2.2016

*Kirjoita jokaiseen koepaperiin nimesi, opiskelijanumerosi ym. tiedot!**Laskimia tai taulukoita ei saa käyttää tässä kokeessa!*

1. Olkoon $f(x, y) = 3x - x^3 - 3xy^2$. Mitkä pisteistä $(1, 0)$, $(0, 1)$, $(1, 1)$ ja $(-1, 0)$ ovat funktion f derivaatan (eli gradientin) nollakohtia ja mitkä näistä ovat paikallisia maksimipisteitä ja mitkä paikallisia minimipisteitä. Perustele!

2. Määritä funktion $f(x, y) = x^2 + 2y^2$ suurin arvo kun $x^2 + (y - 1)^2 = 1$ käyttäen Lagrangen kerrointa. Selitä lyhyesti miten voidaan päätellä, että suurin arvo todella löytyy tällä tavalla!

3.

(a) Tutkija T oli tehnyt mittauksia ja saanut havainnot (x_j, y_j) , $j = 1, 2, \dots, 27$. Hän olettaa teorioihin perustuen, että $y_j \approx c_1 e^{x_j} + c_2 + c_3 e^{-x_j}$ ja hän päättää määrittää vakiot c_1 , c_2 ja c_3 siten, että $\sum_{j=1}^{27} (c_1 e^{x_j} + c_2 + c_3 e^{-x_j} - y_j)^2$ on mahdollisimman pieni. Hän aikoo laskea kertoimien c_1 , c_2 ja c_3 arvot käyttäen kaavaa $C = (A^T A)^{-1} A^T Y$. Mikä on tässä tapauksessa matriisi A ?

(b) Olkoon D kolmio, jonka kulmapisteet ovat $(1, -1)$, $(1, 3)$ ja $(-3, 3)$. Määritä integroimisrajat kun tasointegraali $\iint_D f(x, y) \, dA$ kirjoitetaan iteroituina integraaleina:

$$\iint_D f(x, y) \, dA = \int_{?}^{?} \left(\int_{?}^{?} f(x, y) \, dx \right) dy$$

$$\text{ja } \iint_D f(x, y) \, dA = \int_{?}^{?} \left(\int_{?}^{?} f(x, y) \, dy \right) dx.$$

Piirrä kuvio!

4. Laske integraali $\iint_D 4y \, dA$ missä $D = \{ (x, y) : x^2 + 4y^2 \leq 9, x \geq 0, y \geq 0 \}$ seuraavalla muuttujien vaihdolla: $x = 2r \cos(\theta)$, $y = r \sin(\theta)$.