

## Mat-1.1510 Svenskspråkig grundkurs i matematik 1

Mellanförhör nr 2 14.11.2005

Fyll i tydligt på varje svarspapper samtliga uppgifter. På förhörskod och -namn skriv kursens kod, namn samt slutförhör eller mellanförhör med ordningsnummer. Utbildningsprogrammen är ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Vid detta mellanförhör får vanliga funktionsräknare användas.  
Tabellsamlingar och mer avancerade räknare får inte användas.  
Om ni misstänker att det förekommer något tryckfel, fråga!

1. Beräkna följande gränsvärden (om de existerar):

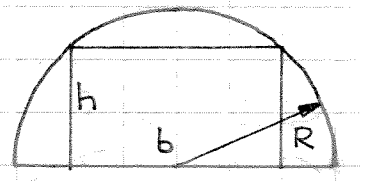
$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 4\sqrt{x} + 3}{x^2 - 1} \quad b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x + \sin(3x)}{3x + \sin(2x)} \quad c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + \sin(3x)}{3x + \sin(2x)}$$

(Om någon vill använda l'Hospitals regel, så går det bra, men eftersom l'Hospitals regel ännu inte visats på föreläsningarna måste man i så fall visa den först!)

2. a) Bestäm basen  $b$  och höjden  $h$  hos rektangeln med maximal area, som ryms i en halvcirkel med radien  $R$  så att basen vilar på halvcirkelns diameter som i figuren till höger.

b) Bestäm basen  $b$  och höjden  $h$  hos rektangeln med maximal omkrets, som ryms i en halvcirkel med radien  $R$  så att basen vilar på halvcirkelns diameter som i figuren till höger.

(Förenkla svaren! Lämna t.ex. inte uttryck på formen  $\sqrt{9}$  eller  $\cos 0$ , utan skriv i stället 3 respektive 1.)



3. Vi studerar ellipsen  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , där  $a, b > 0$ .

Bestäm ekvationen för ellipsens tangentlinje i punkten  $(x, y) = (\frac{5a}{13}, -\frac{12b}{13})$

a) med hjälp av implicit derivering

b) genom att lösa ut  $y = y(x)$  explicit och sedan derivera.

4. Produkten  $f \cdot g$  av två funktioner  $f$  och  $g$  definieras via  $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$ . Visa att om  $f$  och  $g$  är differentierbara i punkten  $x_0$  (dvs. om  $f'(x_0)$  och  $g'(x_0)$  bägge existerar), så är även  $f \cdot g$  differentierbar i punkten  $x_0$  och  $(f \cdot g)'(x_0) = f'(x_0) \cdot g(x_0) + f(x_0) \cdot g'(x_0)$ .

(Det är alltså deriveringsformeln för en produkt, som skall visas. Räkne regler för gränsvärden får antas vara kända.)

Nyttiga (?) formler:

$$\cos^2 t + \sin^2 t = 1, \cos^2 t = (1 + \cos(2t))/2, \sin^2 t = (1 - \cos(2t))/2, \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t} = 1, \sin(u \pm v) = \sin(u) \cos(v) \pm \cos(u) \sin(v), \cos(u \pm v) = \cos(u) \cos(v) \mp \sin(u) \sin(v).$$