

Mat-1.1510 Grundkurs i matematik 1
Mellanföreläsning 1, 16.10.2012

*Skriv ditt namn, nummer och övriga uppgifter på varje papper!
Räknare eller tabeller får **inte** användas i detta prov!*

1. (3p) Använd induktion (också om det finns andra sätt) för att visa att $2^n \geq n^2$ då $n \geq 4$.
2. (3p) Skriv det komplexa talet $\frac{7+i}{2-ie^{\pi i}}$ i formen $a+bi$ där a och b är reella tal.
3. (4p) Bestäm den punkt på linjen med ekvationen $\mathbf{r} = -\mathbf{i} + \mathbf{j} - 2\mathbf{k} + t(2\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 4\mathbf{k})$, $t \in \mathbb{R}$, som ligger närmast punkten $(2, 2, 0)$.
4. (6p) Använd Gauss algoritm för att bestämma alla lösningar till ekvationssystemet

$$\begin{array}{ccccrc} 2x_1 & -x_2 & +3x_3 & +2x_4 & = & 1 \\ -2x_1 & +4x_2 & -6x_3 & -x_4 & = & 4 \\ 4x_1 & -11x_2 & +15x_3 & +3x_4 & = & -9 \\ 2x_1 & -4x_2 & +6x_3 & +3x_4 & = & 0 \end{array}$$

5. (3p) Bestäm arean av triangeln med hörn i punkterna $(-2, 3)$, $(1, 4)$ och $(2, -1)$ genom att uttrycka arean med hjälp av en determinant.
6. (2p) Antag att A är en $m \times n$ matris som inte är nollmatrisen och B är en $m \times 1$ kolumnvektor. Ge två fall med antaganden beträffande A och/eller B i vilka man med säkerhet kan säga att det finns åtminstone en lösning till ekvationssystemet $AX = B$. (Svaret "Antag att det finns åtminstone en lösning . . ." duger inte!)
7. (3p) Antag att A och B är symmetriska $n \times n$ -matriser där $n \geq 2$. Följer det av detta att AB är symmetrisk? Motivera ditt svar!