Gk1 i Matematik, datorövning 2, 8.11.2007 Mefsalo

0) Läs igenom uppg. 0 från datorövn. 1 och handla därefter!

Under denna datorövning använder vi programpaketet Mathematica. Mathematica kan i motsats till Matlab arbeta symboliskt och inte bara numeriskt. Logga in direkt i arbetsstationen, vid vilken ni sitter och starta därefter Mathematica genom att skriva mathematica ↵. Mathematica ritar då upp ett nytt fönster, dit ni skriver kommandona. I Mathematica avslutas ett kommando med <u>Shift Enter</u> (i Matlab var det bara Enter ↵). Pilknapparna fungerar också annorlunda än i Matlab: man rör sig upp och ned i fönstret.

På insidan finns en liten <u>sammanfattning</u> av Mathematica. Märk speciellt att för att få information om något kommando Namn skriver man ?Namn (i Matlab skrev man help namn). ^ (upphöjt till) fås via <u>dubbelklickning.</u>

1a) Mathematica kan beräkna somliga gränsvärden. Pröva t.ex. 1.2.12, 1.2.25 och 1.3.6 från on v43. Limit, Sqrt, Sin, Cos och Infinity behövs. Studera dem via ?Limit etc.

b) Tänk efter hur $\exp(1/x)=e^{1/x}$ uppför sig nära $x=0$. Beräkna $\lim_{x\to 0^-}\exp(1/x)$ och $\lim_{x\to 0^+}\exp(1/x)$. Exp och Direction kan vara till nytta.

2a) Mathematica kan rita funktioners grafer. Pröva t.ex. $f_1(x)=\sin(1/x)$. Använd Plot. Märk hur Mathematica "fuskar", då den ritar grafen nära $x=0$.

b) Dito för $f_2(x)=x+2x^2\cdot\sin(1/x)$ från datorövn. 1 och fr v44 och $f_3(x)=\exp(1/x)$ från uppg. 1b) ovan.

c) Dito för $f(x)=2x/(1+x^2)$ och $g(x)=\arcsin(f(x))$. Märk att g inte är differentierbar överallt. Använd ArcSin

3) Mathematica kan derivera symboliskt mha. D. Pröva t.ex. $\frac{d}{dx}(f(x))$ och $\frac{d}{dx}(g(x))$ från uppg. 2c) ovan. Plotta även derivatornas grafer och märk hur Mathematica "fuskar" då den ritar grafen av en diskontinuerlig funktion (precis som Matlab gjorde).

4) Mathematica kan också rita kurvor på parameterform. Asteroiden $x^{2/3}+y^{2/3}=a^{2/3}$ från datorövn. 1 och fr v44 kan ges på parameterform: $(x,y)=(a\cdot\cos^3 t, a\cdot\sin^3 t)$, $t\in[0,2\pi]$. Välj $a=1$ och rita asteroiden och gärna också enhetscirkeln $(x,y)=(\cos t, \sin t)$, $t\in[0,2\pi]$ i samma figur mha. ParametricPlot

5) Mathematica kan bestämma somliga obestämda integraler, även kallade anti-derivator eller primitiva funktioner. Beräkna $\int(a^{2/3}-x^{2/3})^{3/2}\,dx$. Använd Integrate. Beräkna också arean hos asteroiden i uppg. 4) ovan och kontrollera svarets rimlighet mha. figuren.

6) Andra integraler klarar Mathematica inte av. Pröva t.ex. $\int\sin(\sqrt{1+x^6})\,dx$. Men bestämda integraler som t.ex $\int_0^1\sin(\sqrt{1+x^6})\,dx$ kan Mathematica approximera mha. NIntegrate. Pröva!

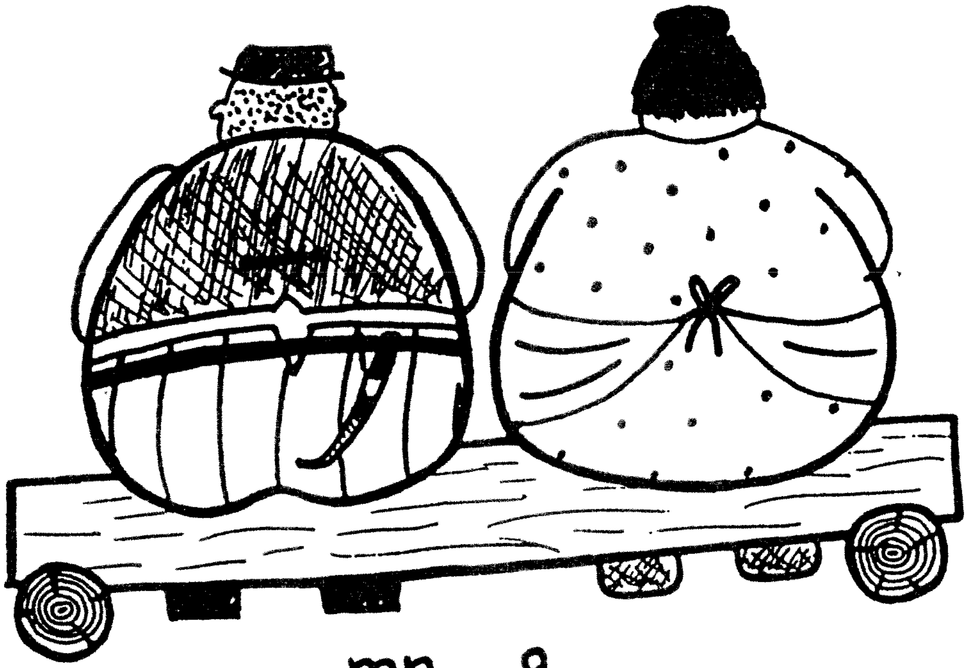
7) Använd ContourPlot för att rita kurvan $C: (x^2+y^2)^2 = 14(x^2-y^2)+96xy+175$ från i går. Märk att ekvationer ges med två likhetstecken i Mathematica. Rita gärna också kurvans tangentlinjer i $(2,-1)$ och $(2,5)$ i en annan figur och slå samman för de två figurerna mha. Show.

Mathematica är ett kraftfullt verktyg för att bl.a. kontrollera svaren till olika hemtal. Men glöm inte, att vi är ute efter lösningarna, inte bara svaren! Lämna Mathematica mha. Exit och stäng fönstret genom att välja Quit under File.
Om några av uppgifterna från förra datorövningen är ogjorda, går det bra att attackera dem.
Glöm inte att <u>logga ut</u> efteråt.

- *Mathematicas* hjälpsystem används på följande sätt: ?Det ger uppgifter om Det, ??Det ger en noggrannare beskrivning. *-tecknet fungerar som en joker, dvs. ?Int* räknar upp all funktioner som börjar med Int, ?*Int* osv.
- *Mathematicas* egna funktioner och befallingar börjar alltid med stor bokstav, och består i allmännhet av hela ord, dvs. Integrate, Det, Inverse. Om funktionens namn är ett sammansatt ord, så börjar bägge delarna med stor bokstav, t.ex. MatrixForm, NullSpace (obs! Eigensystem, är undantaget som bekräftar regeln). Funktionernas argument ges inom hårda parenteser [ ].
- *Mathematica* ger namn åt inmatade och utmatade data av typen In[luku], Out[luku]. Dessa kan användas som refernser; dessutom kan man hänvisa till utmatad data med hjälp av %-tecknet. Således betyder %5 samma sak som Out[5] och ett enkelt % hänvisar till föregående utmatning.
- Om man skriver ett semikolon i slutet av en inmatning så skrivs inte resultatet ut; trots det kan man hänvisa till resultatet med ett %-tecken. Flera inmatningar kan ges på samma rad separerade av semikolon.
- *Mathematica* känner bl.a. följande konstanter: I (Imaginärenheten), Pi (π) och E (e dvs. Nepers tal).
- Multiplikationstecknet kan ersättas med ett mellanslag: x*y eller x y; obs att om mellanslaget fattas så tolkas xy som en variable vars namn är xy. Exponenten tecken är ^, t.ex. 3^5 =3^5.
- *Mathematica* känner till bl.a. följande elementärfunktioner: Exp, Sqrt, Sin, Cos, Log, ArcTan osv. Kom ihåg stora begynnelsebokstäver! Numeriska värden får man med kommandot N, t.ex. N[Exp[Pi]]. N[Pi,30] ger π med 30 korrekta decimaler. Försök uttryck av typen Sin[Pi/2] och Exp[I Pi]. Vinklar ges således i radianer. Konstanten som förvandlar grader till radianer heter Degree = $\pi/180$: t.ex. Sin[45 Degree].

Då man upphöjer ett komplext tal i en potens, och därefter tar motsvarande rot av talet, får man i allmännhet inte samma tal tillbaka som man startade med, försök t.ex. följande: (0.3+0.8 I)^5;%^(1/5). Det rör sig inte om ett programmeringsfel utan om att komplexa rötter inte är entydigt definjerade...försök också räkna (-1.0)^(1/3).

Elementärfunktioner godtar således också komplexa argument, försök med Log[2.3+5.5 I], Sin[-9.3+6.6 I].



$$\frac{mn}{c} = \frac{q}{a}$$

OH CALCULUS, OH CALCULUS

(To: "Oh, Christmas Tree")

Oh, Calculus; Oh, Calculus,
How different seem thy branches.
Oh, Calculus; Oh, Calculus,
How different seem thy branches.
Derivatives tell us the rate,
For areas we integrate.
Oh, Calculus; Oh, Calculus,
How different seem thy branches.

Derivative, Derivative,
The limit your foundation,
Derivative, Derivative,
The limit your foundation.
A quotient, both parts growing nil,
Behold you reach a value still.
Derivative, Derivative,
The limit your foundation.

Oh, Integral; Oh, Integral,
Partitions getting finer.
Oh, Integral; Oh, Integral,
Partitions getting finer.
Add more and more of less and less,
The errors disappear, we guess.
Oh, Integral; Oh, Integral,
Partitions getting finer.

Oh, Calculus; Oh, Calculus,
United are thy branches.
Oh, Calculus; Oh, Calculus,
United are thy branches.
Because of that eternal gem,
The Fundamental Theorem.
Oh, Calculus; Oh, Calculus,
United are thy branches.

by Leon Hall and Ilene Morgan
University of Missouri–Rolla