Institutionen för matematik
Tekniska högskolan

Metsalo

Mat-1.451 Svenskspråkig grundkurs i matematik 1

Mellanförhör nr 1 11.10.2004

Fyll i tydligt *på varje svarpapper* samtliga uppgifter. På *förhörskod och -namn* skriv kursens kod, namn samt *slutförhör* eller *mellanförhör* med ordningsnummer. Utbildningsprogrammen är ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Vid detta mellanförhör får vanliga funktionsräknare användas.
Tabellsamlingar och mer avancerade räknare får inte användas.
Om ni misstänker att det förekommer något tryckfel, fråga!

1. Lös det linjära ekvationssystemet

$$\begin{cases} x & +y & +z & =1 \\ x & +2y & +5z & =3 \\ x & -2y & +z & =0 \\ 2x & +y & -2z & =0 \end{cases}$$

2. Komplexkonjugatet $\bar{z}$ av ett komplext tal $z = x+iy$ definieras som $\bar{z} = x-iy$ och produkten $z \cdot w$ av två komplexa tal $z = x+iy$ och $w = u+iv$ som $z \cdot w = (xu - yv) + i(xv + yu)$. Visa att $\overline{z_1 \cdot z_2 \cdot \ldots \cdot z_n} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2} \cdot \ldots \cdot \overline{z_n}$ för $n = 2, 3, 4, \ldots$.

3. a) En kvadratisk matris C kallas *symmetrisk*, om $C^T = C$ och *anti-symmetrisk*, om $C^T = -C$. Låt A och B bägge vara $n \times n$-matriser. Visa att om A och B bägge är symmetriska eller bägge är anti-symmetriska, så är matrisen $C = AB - BA$ anti-symmetrisk, medan om den ena av A och B är symmetrisk och den andra är anti-symmetrisk, så är matrisen $C = AB - BA$ symmetrisk.
b) Visa att om A är inverterbar, så är även A^T inverterbar och $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$.

4. Bestäm talet t så att planet, som går genom de tre punkterna $(t, 2, 0)$, $(0, 4, 1)$ och $(0, 1, 1)$ också går genom punkten $(3, 3, 7)$.

I morgon är det tisdag. Då kan detta mellanförhör diskuteras kl. 13:00-13:30 i TF:s bibliotek vid gamla mötesrumsbordet.

Institutionen för matematik
Tekniska högskolan

Metsalo

Mat-1.451 Svenskspråkig grundkurs i matematik 1

Mellanförhör nr 2 8.11.2004

1.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Bestäm egenvärdena till matrisen $A^T A$ samt någon egenvektor till vart och ett av egenvärdena.

Mat.-1.451 Svenskspråkig grundkurs i matematik 1 **Metsalo**

Mellanförhör nr 1, 2003-10-13

1. Talen a_n definieras på följande sätt:
$a_1 = \sqrt{\pi}$, $a_{n+1} = \sqrt{2+a_n}$ för $n \in \mathbb{N} = \{1,2,3,\ldots\}$.
Visa med hjälp av induktion att
a) $a_n > 0$ för alla $n \in \mathbb{N}$ (1p.)
b) $a_n < 2$ för alla $n \in \mathbb{N}$ (2p.)
c) $a_{n+1} > a_n$ för alla $n \in \mathbb{N}$ (3p.)

2. Lös 2:a-gradsekvationen $iz^2 + (5-2i)z - (11+7i) = 0$.
Redovisa alla mellanstegen.

3a) Beräkna determinanten hos 4×4-matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 4 & -1 \\ 2 & -1 & 2 & 5 \\ 3 & 0 & 5 & 7 \end{bmatrix}$$

b) Lös det linjära ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + y + 3z = 2 \\ \quad 3y + 4z = -1 \\ 2x - y + 2z = 5 \\ 3x \quad + 5z = 7 \end{cases}$$

4a) Förklara vad som menas med att en mängd vektorer i ett reellt vektorrum är linjärt oberoende.
b) Undersök huruvida de fyra 2×2-matriserna
$M_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$, $M_2 = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$, $M_3 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ och $M_4 = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$
i vektorrummet bestående av reella 2×2-matriser är linjärt oberoende eller inte.

Mat.-1.451 Svenskspråkig grundkurs i matematik 1 Metsalo

Mellanförhör nr 1, 14.10.2002

1. Då $a=1$, är $1+2a+3a^2+\ldots+na^{n-1} = 1+2+3+\ldots+n = n(n+1)/2$ för $n=1,2,3,\ldots$.
Detta har visats på föreläsningen och behöver inte visas här.
Visa att då $a \neq 1$, är $1+2a+3a^2+\ldots+na^{n-1} = (1-(n+1)a^n+na^{n+1})/(1-a)^2$
för $n=1,2,3,\ldots$.

2. Låt $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 1 \\ -1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ och $C = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$.
Ange vilka av följande uttryck inte är definierade samt beräkna de, som är definierade:
a) $A - 3C$ b) $B^2 - 2B$ c) AA^T d) ABC e) CBA f) $(AC)^{-1}$

3. Låt $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 9 & 5 \\ 1 & 4 & 16 & 7 \end{bmatrix}$ och $\bar{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \\ 8 \end{bmatrix}$.
a) Beräkna det(A).
b) Beräkna inv(A) = A^{-1}.
c) Lös det linjära ekvationssystemet $A\bar{x} = \bar{b}$.

4. Planet Π innehåller z-axeln samt punkten P:(7,5,3). I vilken punkt skär planet Π skärningslinjen mellan planen $8x - 11y = 2$ och $88x + 77y - z = 0$?