

Mat-1.3530

Teltonen / Perkiö"

1) Osoita, että ympyräsylinteri

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 1\}$$

voidaan peittää yhdellä säännöllisellä parametrisoinnilla.

2) Olkoot yksikköpallon  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$

parametrisoinnit  $\sigma_{\pm}^x(u, v) = (\pm(1-u^2-v^2)^{1/2}, u, v)$ ,

$\sigma_{\pm}^y(u, v) = (u, \pm(1-u^2-v^2)^{1/2}, v)$ ,  $\sigma_{\pm}^z(u, v) = (u, v, \pm(1-u^2-v^2)^{1/2})$

$\sigma_{\pm}^x, \sigma_{\pm}^y, \sigma_{\pm}^z : U \rightarrow \mathbb{R}^3$ , missä  $U = \{(u, v) \in \mathbb{R}^2 \mid u^2 + v^2 < 1\}$ .

Osoita, että ne määrittävät yksikköpallolle siteen pinnan rakenteen. Määrittä parametrisoinnin väliset transiikkuvaukset ja toka ne siteiksi.

3) Tarkastellaan yksitehtistä hyperboloidia

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 - z^2 = 1\}$$

Osoita, että kaikilla  $\theta$  suora

$$(x-z)\cos\theta = (1-y)\sin\theta, \quad (x+z)\sin\theta = (1+y)\cos\theta$$

on pinnalla  $S$  ja että jokainen  $S$ :n piste on jollakin näistä suorista. Päätele tästä, että  $S$

voidaan peittää yhdellä säännöllisellä parametrisoinnilla.

4) Etsi toinen suoraperhe edellisen tehtävän pinnalta ja näytä, että mitkään saman perheen suorat eivät leikkaa, mutta jokainen edellisen tehtävän perheen suora leikkaa jokuista toisen perheen suoraa yhtä poikkeusta lukuunottamatta

5) Olkoot  $S_i$   $i=1,2,3$  siteitä pintoja ja  $f: S_1 \rightarrow S_2$ ,

$g: S_2 \rightarrow S_3$  siteitä kuvauksia. Osoita, että kuvaus

$g \circ f: S_1 \rightarrow S_3$  on siteä.