

Mat-1.1410 Matematiikan peruskurssi P1, syksy 2011
Tietokoneharjoitus 2 viikolla 47 (21.-25.11.)

Harjoituksessa käytetään Maple-ohjelmaa. Toisen harjoituksen tavoitteena on syventää tietoja funktioiden käsittelystä: aiheina ovat mm. derivointi, maksimointi, yhtälöiden ratkaiseminen (ja iterointi jos jää aikaa). Avaa Viikkoharjoitukset-sivulla oleva työarkki ja käy läpi siinä olevat esimerkit ja tehtävät. Sen jälkeen voit siirtyä alla oleviin tehtäviin, mikäli aikaa riittää.

Tarkista oman ryhmäsi aika ja paikka. Kaikki eivät ole samoja kuin 1. kierroksella. Ota mukaasi (tämän paperin lisäksi) Viikkoharjoitukset-sivun Maple-pikaohje. Myös 1. kierroksen malliratkaisut kannattaa kerrata ennen tätä harjoitusta.

1. Klikkaa hiirellä Viikkoharjoitukset-sivun tiedostoa maple2.mw ja avaa se ohjelmalla Maple 15. Käy läpi työarkin tehtävät ja siirry sen jälkeen alla oleviin tehtäviin.
2. Putoavan kappaleen nopeus $v = v(t)$ toteuttaa differentiaaliyhtälön $mv'(t) = mg - kv(t)^2$, jos positiivinen suunta on **alaspäin** ja ilmanvastus on verrannollinen nopeuden neliöön kertoimella $k > 0$.
a) Osoita, että funktio

$$v(t) = \sqrt{\frac{mg}{k}} \tanh\left(\sqrt{\frac{gk}{m}} t\right)$$

toteuttaa vaaditun differentiaaliyhtälön.

b) Mikä on rajanopeus $\lim_{t \rightarrow \infty} v(t)$?

Vihje: `simplify`-käsky ei tee sievennyksiä aivan loppuun, koska se ei tiedä, ovatko m, g, k positiivisia. Lisää käsky `assume(m>0 and k>0 and g>0)` ja kokeile sievennystä sen jälkeen.

3. Kuulantöynnön tulos riippuu kuulun alkunopeudesta v , lähtökorkeudesta h ja töynnön suuntakulmasta x seuraavan lausekkeen mukaisesti:

$$f(x) = \frac{v \cos x \left(v \sin x + \sqrt{v^2 \sin^2 x + 2hg} \right)}{g},$$

missä $x \in [-\pi/2, \pi/2]$. Käytetään SI-järjestelmän yksiköitä ja oletetaan, että $h = 2$, $v = 14$ ja $g = 9.81$. Määritä töynnön optimaalinen suuntakulma ja maksimitulos.

Kannattanee edetä seuraavien vaiheiden mukaan:

- Määrittele f funktiona; älä sijoita lukuarvoja tässä vaiheessa, niin voit tarkistaa, että lauseke on oikein.
- Sijoita lukuarvot h, v, g .
- Piirrä funktion f kuvaaja välillä $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$ ja tarkista, että se näyttää järkevältä. (Yleinen virhe: kertomerkkejä puuttuu!)
- Ratkaise maksimi kokeilemalla molempia tapoja: suoraan `maximize` TAI muodosta yhtälö $f'(x) = 0$, ratkaise numeerisesti `fsolve`-käskyllä, laske maksimi.
- Muuta saatu kulma asteiksi ja mieti, onko tulos järkevä.