

Mat-1.415 Matematiikan peruskurssi V3 syksy 2000

<http://www.math.hut.fi/teaching/v/3/H/>

Laskuharjoitus 10 (viikko 47, 21–23.11)

Alkuviikko

1. Muodosta sekä sini- että kosinisarjat (“half range expansions”) seuraaville funktioille, jotka on määritelty välillä $[0, L]$

a) $f(x) = x^2$, b) $f(x) = x^3$, c) $f(x) = \sin^2 3x$ ($L = \pi$).

Piirrä alkup. funktioiden kuvaajat muutaman jakson alueella sekä Fourier- osasummia. (Valitse sopiva numeerinen arvo L :lle.) Tee ainakin ”edustava osajoukko” tiistaiksi ja mahd. täydennys to.

2. Johda kompleksisen Fourier-sarjamuodon kertoimien (Eulerin) kaavat käyttämällä systeemin $\{e^{in\omega t} : n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ ortogonaalisuutta (jonka selvittäminen kuuluu myös asiaan). Homma sujuu aivan saman mallin mukaan kuin \sin / \cos - muodossa, tottakai.

3. 4.6.5 teht. 34 s. 346

4. 4.5.6 teht. 35 s. 346 Piirrä amplitudi- ja vaihespektrit.

5. 4.5.6 teht. 36 (d) s. 346 Piirrä amplitudi- ja vaihespektrit

6. teht. 39 s. 347. (Tässä puhutaan sähköopin termein, mutta matemaattinen malli on valmiiksi annettu.)

Loppuviikko

Tehtävät 1–3 sopivat pareittain tehtäviksi. 2 ja 3 ovat vaihtoehtoisia. Jokunen lisätehtävä saattaa vielä tulla. AV-tehtävien havainnollistuksia

1. Käy läpi Exa 4.17 ss. 326 – 328. Tietysti Maplea ja kynä/paperiyhdistelmää sopivasti käyttäen. Toinen voisi keskittyä enemmän siirtofunktiotapaan ja toinen klassiseen sarjayritteeseen.

2. Määritä tasapainotilaratkaisu (“steady state”) värähtelysteemille $mx'' + cx' + kx = r(t)$, missä $m = 1, c = 0.02, k = 25$, ja $r(t) = \begin{cases} t + \pi/2, & -\pi < t < 0, \\ -t + \pi/2, & 0 < t < -\pi \end{cases}$, $r(t + 2\pi) = r(t)$.

riittää tehdä vaikkapa vain ”klassiseen” tyyliin (kuten luennolla).

Tutki lisäksi, miten vasteen amplitudit käyttäytyvät, jos jousivakio pienenee aina arvoon $k = 9$ ja toisaalta, jos jouta jäykistetään arvoon $k = 49$ saakka.

3. Ratkaise AA-tehtävä $x'' + 2x = r$, $x(0) = x'(0) = 0$, missä $r(t)$ on 2π - jaksoinen neliöaalto:

$$r(t) = \begin{cases} -1, & 0 < t < \pi \\ 1, & \pi < t < 2\pi \end{cases}.$$

Suorita ratkaisu seuraavilla kahdella eri tavalla:

- a) Muodosta herätefunktio vaikkapa 3:n jakson alueella ja ratkaise yhtälö Laplace-muunnoksella. Saat käyttää MAPLE-funktiota `dsolve(...,method=laplace);`.

- b) Kehitä $r(t)$ Fourier-sinisarjaksi ja käytä osasummaa S_7 (eli mukana ovat termit $\sin 7t$ -termiin saakka.) oikean herätteen approksimointiin.

- c) Vertaa molemmilla menetelmillä saamiasi tuloksia, esitä graafisesti ja katso, miten tarkkuus paranee, kun otat korkeamman asteisia Fourier- osasummia.

Huom! Hyödynnä tietysti ennen mainittua `PeriodicExtender` (alias JJ) -funktiota.