

Mat-1.2620 Sovellettu todennäköisyyslaskenta B**7. harjoitukset / Tehtävät****Demo-tehtävät:** 1, 3, 5, 7**Pistetehtävät:** 2, 4, 6, 8**Aiheet:** Mitta-asteikot**Havaintoaineiston kuvaaminen ja otostunnusluvut****Avainsanat:**

Aritmeettinen keskiarvo, Frekvenssi, Frekvenssijakauma, Geometrinen keskiarvo, Harmoninen keskiarvo, Histogrammi, Intervalliasteikko, Järjestysasteikko, Järjestystunnusluvut, Keskiarvo, Keskihajonta, Kvalitatiiviset muuttujat, Kvantitatiiviset muuttujat, Laatueroasteikko, Luokiteltu frekvenssijakauma, Maksimi, Mediaani, Minimi, Mittaaminen, Mitta-asteikot, Mittarit, Nominaaliasteikko, Ordinaaliasteikko, Otos, Otoskeskihajonta, Otosvarianssi, Perusjoukko, Pylväsdiagrammi, Suhdeasteikko, Suhteellinen frekvenssi, t -jakauma Tilastollinen aineisto, Tilastollinen muuttuja, Vaihteluväli, Vaihteluvälin pituus, Välimatka-asteikko

Tehtävä 7.1.

Alla on lueteltu joukko tilastollisia muuttujia.

1. Mansikoiden C-vitamiinipitoisuus; yksikkö: mg/100 g
2. Alvarin aukiolta löydetyn kasvin laji
3. Paine, joka vaaditaan teräksisen säiliön murtumiseen; kg/cm²
4. Henkilöiden reaktio väitteeseen

”Suomen on liityttävä NATO:on”

mitattuna asteikolla: täysin eri mieltä, yhden tekevää, täysin samaa mieltä

5. Jokereiden sijoitus jääkiekkoliigassa; asteikkona 1, 2, ...
6. Teekkarin koulutusohjelma
7. Teekkarin älykkyysosamäärä; yksikkö: äö-piste
8. Teekkarin pistemäärä kurssin 1. välikokeessa; asteikkona 0, 1, 2, ..., 30
9. Lentokoneen nopeus; yksikkö: km/h

- (a) Mitkä ovat muuttujien 1-9 mitta-asteikot?
- (b) Mitkä muuttujista 1-9 ovat kvalitatiivisia ja mitkä kvantitatiivisia?
- (c) Mitkä muuttujista 1-9 ovat diskreettejä ja mitkä jatkuvia?

Tehtävä 7.2.

Erään talon asukkailla on seuraavat kuukausitulot (€/kk):

20100	19400	10100	23000	24200	25100	8200	8900	10300
26000	11400	12900	13200	14300	15800	16100	17200	18900
5200	10100	12300	14000	15100	16000	11100	10800	9100
7200	4300	38000	51100	9600	10900	12000	13200	15100

Määrittää aineistosta seuraavat tunnusluvut:

- (a) minimi, maksimi
- (b) vaihteluväli, vaihteluvälin pituus
- (c) mediaani
- (d) kvartiiliväli, kvartiiliväli, kvartiilivälin pituus, kvartiilipoikkeama

Tehtävä 7.3.

Muodosta tehtävän 7.2. aineistosta luokiteltu frekvenssijakauma, jonka luokkaväleinä ovat

(4000,12000]

(1200, 28000]

(28000,60000]

Määrittää myös frekvenssijakaumaa vastaavan histogrammikuvioiden suorakaiteiden korkeudet, kun luokkaväliä [4000,12000] vastaavan suorakaiteen korkeudeksi valitaan 15 yksikköä. Hahmottele myös ko. histogrammikuviot ruudulliselle paperille. Missä luokassa on jakauman moodi?

Tehtävä 7.4.

Määrittää tehtävän 7.2. aineiston kahden ensimmäisen sarakkeen 8:sta luvusta aritmeettinen keskiarvo, otosvarianssi ja otoskeskihajonta.

Tehtävä 7.5.

Olkoon

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

lukujen $x_1, x_2, \dots, x_n$ aritmeettinen keskiarvo.

(a) Todista, että

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0$$

(b) Todista, että $\bar{x}$ minimoi neliösumman

$$\sum_{i=1}^n (x_i - a)^2$$

parametrin a suhteen.

Tehtävä 7.6.

Heitetään noppaa 30 kertaa. Olkoon tuloksena seuraava silmälukujen jono:

2, 4, 4, 1, 5, 4, 1, 1, 6, 5, 3, 3, 5, 4, 4, 1, 6, 1, 5, 4, 4, 3, 3, 3, 5, 5, 3, 4, 5, 4

(a) Määää silmälukujen frekvenssit ja suhteelliset frekvenssit.

(b) Määää silmälukujen frekvenssijakauman moodi.

Tehtävä 7.7.

Olet ottanut pankista 10000 euron lainan, jota ei saa lyhentää kahden ensimmäisen vuoden aikana. Alkuperäisen sopimuksen mukainen korko on 1. vuotena 10 % ja 2. vuotena 20 %, jolloin takaisin maksettava lainapääoma kasvaa kahdessa vuodessa x %.

Oletetaan, että pankin vaatimuksesta sopimusta muutetaan niin, että kahden ensimmäisen vuoden aikana käytetään *samaa* korkoprosenttia, joka määrätään niin, että lainapääoma kasvaa tänä aikana samaksi kuin alkuperäisen sopimuksen mukaan.

(a) Määää x .

(b) Näytä, että uuden sopimuksen korkoa *ei saada* kaavalla

$$(10 + 20)/2 \%$$

(c) Näytä, että uuden sopimuksen korko *saadaan* kaavalla

$$(\sqrt{1.1 \times 1.2} - 1) \times 100 \%$$

jossa

$$\sqrt{1.1 \times 1.2}$$

on lukujen 1.1 ja 1.2 geometrinen keskiarvo.

Tehtävä 7.8.

Paikkakuntien A ja B välimatka on 120 km. Henkilö ajaa A:sta B:hen keskinopeudella 60 km/h ja B:stä A:han keskinopeudella 120 km/h.

- (a) Määrää keskinopeus edestakaisella matkalla.
(b) Näytä, että keskinopeutta edestakaisella matkalla *ei saada* kaavalla

$$(60 + 120)/2 = 90 \text{ km/h}$$

- (c) Näytä, että oikea keskinopeus *saadaan* määräämällä lukujen 60 ja 120 harmoninen keskiarvo

$$\frac{1}{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{60} + \frac{1}{120} \right)}$$

- (b) Määrätään keskinopeuksien *harmoninen keskiarvo*:

$$\frac{1}{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{60} + \frac{1}{120} \right)} \text{ km/h} = 80 \text{ km/h}$$