

MS-C1420 Fourier-analyysi

1. välikoe 29.1.2014

*Kirjoita jokaiseen koepaperiin nimesi, opiskelijanumerosi ym. tiedot!**Laskimia tai taulukoita ei saa käyttää tässä kokeessa!***1.**

- (a) Esitä signaalin $h(t) = s(4t - 3)$, $t \in \mathbb{R}$ Fourier-muunnos \hat{h} signaalin s Fourier-muunnoksen \hat{s} avulla.
- (b) Jos $s(t) = e^{-\pi t^2}$ kun $t > 0$ ja $s(t) = 0$ kun $t \leq 0$ niin päteekö $\int_{-\infty}^{\infty} |\hat{s}(\nu)| d\nu < \infty$ ja $\int_{-\infty}^{\infty} |\hat{s}(\nu)|^2 d\nu < \infty$. Perustele, mutta älä laske Fourier-muunnosta!

2. Määritä funktion $s(t) = te^{-|t|}$ Fourier-muunnos käyttäen hyväksi tietoa, että funktion $h(t) = e^{-|t|}$ Fourier-muunnos on $\hat{h}(\nu) = \frac{2}{4\pi^2\nu^2 + 1}$.

3. Olkoon \mathbf{s} vektori $[\mathbf{s}(0), \mathbf{s}(1), \mathbf{s}(2), \mathbf{s}(3), \mathbf{s}(4)] = [1, -3, 5, -7, 9]$ ja $\hat{\mathbf{s}}$ sen diskreetti Fourier-muunnos. Jos $\mathbf{q} = \widehat{\hat{\mathbf{s}}}$ (diskreetin Fourier-muunnoksen diskreetti Fourier-muunnos) niin määritä vektori $[\mathbf{q}(0), \mathbf{q}(1), \mathbf{q}(2), \mathbf{q}(3), \mathbf{q}(4)]$ käyttämällä hyväksi diskreetin Fourier-muunnoksen käänteismuunnosta (eli älä laske \mathbf{s} :n Fourier-muunnosta.)

4. Olkoon $s(t) = t(1 - t)$, $t \in [0, 1]$ ja $s(t + 1) = s(t)$ kuin $t \in \mathbb{R}$. Kun $k \geq 1$ niin s :n Fourier-kertoimet ovat $\hat{s}(k) = -\frac{1}{2\pi^2 k^2}$ ja $\hat{s}(0) = \frac{1}{6}$.

- (a) Päättele (laskematta integraaleja osittaisintegroinnilla) mitä Fourier-kertoimet $\hat{s}(k)$ ovat kun $k < 0$.
- (b) Laske näiden tulosten avulla $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4}$ (tai selitä ainakin miten laskisit tämän summan jos olisit ratkaissut (a)-kohdan).