

MS-A0401 Diskreetin matematiikan perusteet

1. välikoe 1.10.2015

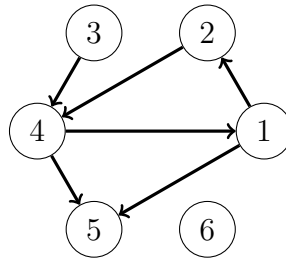
Kirjoita jokaiseen koepaperiin nimesi, opiskelijanumerosi ym. tiedot!

Laskimia tai taulukoita ei saa käyttää tässä kokeessa!

1. Osoita induktiolla (vaikka se olisi mahdollista jollain muullakin tavalla), että

$$\left(1 + \frac{1}{4}\right)^n \geq 1 + \frac{n}{4}, \quad n \geq 1.$$

2. Alla olevassa verkossa on esitetty relaatio W joukossa $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ siten, että solmusta i solmuun j on suunnattu kaari jos ja vain jos $[i, j] \in W$ (eli iWj).



- (a) Mitkä parit $[x, y]$ (missä $x, y \in X$) on esimerkiksi lisättävä ja mitkä poistettava tästä relaatiosta W jotta siitä tulisi funktio?
- (b) Mitkä parit $[x, y]$ (missä $x, y \in X$) on esimerkiksi lisättävä ja mitkä poistettava tästä relaatiosta W jotta siitä tulisi funktio, joka lisäksi on surjektio?

Valitse molemmissa tapauksissa parit (eli suunnatut kaaret) niin, että tulee mahdollisimman vähän lisäyksiä ja poistoja, mutta sinun ei tarvitse osoittaa että näin todella on asian laita valinnoillasi.

3. Perustele vastauksesi seuraaviin kysymyksiin:

- (a) Päteekö $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \setminus C$ kaikilla joukoilla A, B ja C ?
Jos vastaus on kielteinen, päteekö $A \setminus (B \setminus C) \neq (A \setminus B) \setminus C$ kaikilla joukoilla A, B ja C ?
- (b) Seuraako oletuksista $f \in O(n^2)$ ja $g \in O(n)$, että $f + g \in O(n^2)$?

4.

- (a) Kurssilla on 50 opiskelijaa koulutusohjelmasta A ja 40 opiskelijaa koulutusohjelmasta B. Monellako tavalla voidaan kurssin opiskelijoista muodostaa harjoitusryhmä, johon kuuluu 10 opiskelijaa koulutusohjelmasta A ja 8 opiskelijaa koulutusohjelmasta B?
- (b) Laatikossa on 1 vihreä pallo, 19 sinistä palloa, 11 keltaista palloa ja 23 punaista palloa. Monellako tavalla voidaan poimia 9 palloa laatikosta, kun poimintajärjestyksellä ei ole merkitystä ja samanväriset pallot ovat identtiset?

Vastauksissasi saa numeroiden lisäksi olla potensseja, \cdot , $+$, $!$, $(,)$ ja $/$ mutta ei esimerkiksi binomikertoimia.