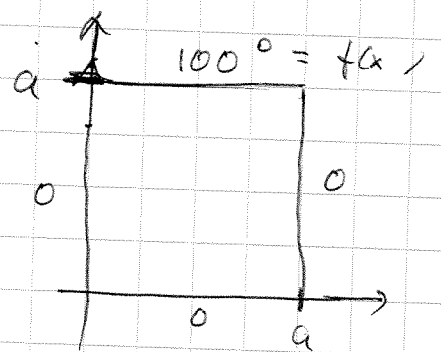


VIIMEINEN LUENTOESIMERKKI

Esimerkki Sinutahtkoiltaan lämpöeristetty metallil levy. Yläreunan lämpötila 100° , muut reunat 0° .
 Nelio, sivun pituus $a = 24 \text{ cm}$



Määritä tasapainolämpötilajakauman leveyssi.

$$u_t = c^2(u_{xx} + u_{yy})$$

Tasapainotila: $u_t = 0$. Siis ratkaistaan 2-dim Laplace-yhtälö yd. reunaehtojen yläosan ratkaisukaava:

$$u(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin \frac{n\pi x}{a} \sinh \frac{n\pi y}{a}$$

missä $c_n = \frac{2}{a \sinh \frac{n\pi b}{a}} \int_0^a f(x) \sin \frac{n\pi x}{a} dx$

TÄSSÄ $(b=a)$

$$c_n = \frac{200}{a \sinh(n\pi)} \int_0^a \sin \frac{n\pi x}{a} dx =$$

$$= \frac{-200}{n\pi \sinh(n\pi)} \int_0^a \cos \frac{n\pi x}{a}$$

$$= \frac{200}{n\pi \sinh(n\pi)} \left(1 - \frac{\cos n\pi}{(-1)^n} \right)$$

$$(C_m) = \frac{400}{\pi} \left(\frac{1}{\sinh \pi}, 0, \frac{1}{3 \sinh 3\pi}, 0, \frac{1}{5 \sinh 5\pi}, 0, \dots \right)$$

$$\Rightarrow u(x, y) = \frac{400}{\pi} \left(\frac{\sin \frac{\pi x}{a} \sinh \frac{\pi y}{a}}{\sinh \pi} + \frac{\sin \frac{3\pi x}{a} \sinh \frac{3\pi y}{a}}{3 \sinh 3\pi} + \dots \right)$$

$$= \frac{400}{\pi} \sum_{m=1,3,5,\dots} \frac{\sin \frac{m\pi x}{a} \sinh \frac{m\pi y}{a}}{m \sinh(m\pi)}$$

SINÄRÄ SE, JÄ TÄHÄN PISTE