

**Huomaa, että harjoitusten ja luentojen ajat on vaihdettu**

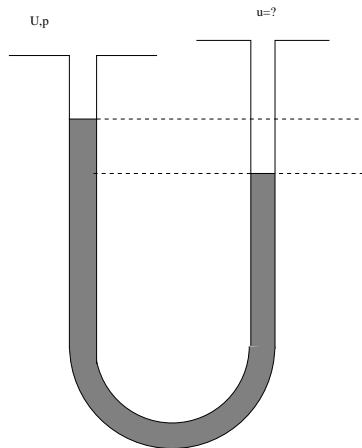
Tehtävä 1 on palautettava kotitehtävä. Palauta vastaus laskuharjoituksiin tai huoneen Y323b edessä olevaan lokeroon viimeistään maanantaina 26.11.2007 klo. 9:00.

1. Todista Kelvinin lause ilman tehtävän 5. tulosta. Vihje : todista ensin, että pyörteisyys

$$\int_{\Gamma_t} u \cdot n \, d\ell$$

säilyy vakiona jokaiselle polulle  $\Gamma_t$ .

2. (Venturi device) Tarkastellaan allaolevan kuvan mukaista tilannetta. Ohuen putken päät asetetaan ideaalisen nesteen pyörteettömään, ajastariippumattomaan virtaukseen. Putken alkupään kohdalla neste virtaa nopeudella  $U$  ja paine on  $P$ . Tiedetään, että putken sijoitetun nestepatsaan korkeuserto on  $h$ . Laske nopeus  $|u|$  sekä paine  $p$  putken loppupäässä.



3. Ideaalineneste pyörii ämpäriässä kulmanopeudella  $\omega$ . Olkoot  $g$  nesteeseen vaikuttava gravitaatio. Määritä nesteen vapaan pinnan muoto. Millaisen pinnanmuodon Bernoullin lauseen soveltaimen antaisi ?

4. Mallinnetaan tornadoa ns. Rankine vortex -mallilla, eli

$$u_\theta = \begin{cases} \omega r, & r < a \\ \frac{\omega a^2}{r}, & r > a \end{cases} \quad u_r = u_z = 0.$$

Piirrä nopeuskenttä. Laske nopeuskenttää vastaava paine  $p$  ja päättele tämän avulla, että tornadon silmässä hyvin pieni paine. (vertaa painetta  $r = \infty$  ja  $r = 0$ ).

5. Käy läpi Kelvinin lauseen todistuksessa tarvittavan kaavan

$$\frac{d}{dt} \int_{\Sigma_t} \omega \cdot n \, d\Gamma = \int_{\Sigma_t} \left( \frac{\partial \omega}{\partial t} + \text{curl}(\omega \times u) \right) \cdot n \, d\Gamma$$

johto. Huomaa, että voit todistaa Kelvinin lauseen ilman ylläolevaa yhtälöä.