

Mat-1.1520 Svenskspråkig grundkurs i matematik 2

Mellanförhör nr 2, 30.3.2010

Fyll i tydligt på varje svarpapper samtliga uppgifter. På förhörskod och -namn skriv kursens kod, namn samt slutförhör eller mellanförhör med ordningsnummer. Examenprogrammen är ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KTA, KON, MAR, MTE, PUU, RRT, TFM, TIK, TLT, TUO, YYT.

Observera att olika deluppgifter kan ge olika antal poäng!

Vid detta mellanförhör får varken räknare eller tabellsamlingar användas.

Om ni misstänker att det förekommer något tryckfel, fråga tentamensvakten!

- $f(x, y) = 2x^3 - 6xy + 3y^2 + 9$
 - Beräkna f 's gradient $\nabla f(x, y)$. (2p.)
 - Bestäm f 's kritiska punkter. (2p.)
 - Bestäm de kritiska punkternas natur (lokalt maximum, lokalt minimum eller sadelpunkt) med hjälp av 2:a-derivatstestet. (2p.)
- Då ett föremål får falla fritt i vacuum, ges dess höjd y som en funktion av tiden t som bekant av uttrycket $y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + y_0$, där g är gravitationsaccelerationen, v_0 begynnelsehastigheten och y_0 begynnelsehöjden.
En boll skjuts rakt upp från marknivån i vacuum med begynnelsehastigheten $v_0 = 10.0 \pm 0.2m/s$. Efter tiden $t_1 = 2.00 \pm 0.02s$ landar bollen.
 - Vad ger detta för approximativt värde på gravitationsaccelerationen g ? (2p.)
 - Använd differentialen till att beräkna en approximativ övre gräns för osäkerheten i skattningen av g i a)-delen, som osäkerheterna i v_0 och t_1 ger upphov till. (4p.)
- Visa att av alla rätblock med en given total sammanlagd area A hos de sex begränsningsytorna är det kuben, som har den största volymen. (Dess volym är naturligtvis $V = (\sqrt{A/6})^3$.)
- Låt $f(t)$ vara en deriverbar funktion av en variabel, definierad i hela \mathbf{R} och definiera funktionen $u(x, y)$ via $u(x, y) = xy \cdot f\left(\frac{x+y}{xy}\right)$. Då är u definierad i hela \mathbf{R}^2 med undantag för koordinataxlarna.
Visa att u satisfierar en partiell differentialekvation på formen $x^2 \cdot \frac{\partial u}{\partial x} - y^2 \cdot \frac{\partial u}{\partial y} = g(x, y) \cdot u$ för en viss funktion $g(x, y)$ och bestäm denna funktion g .