Gk2: Matematik, datorövn. 2, 20.3.2009 Metsalo

0) Vi använder åter Mathematica. Se kommentarerna i uppg. 0 från datorövn. 1 i februari.

1) Rita Vivianis kurva från uppg. 2a), on v8 mha. ParametricPlot3D (sätt $a=1$ i figuren). Genom att klicka på figuren kan man vrida den mha. musen.

2) Rita sömmen hos Svakars tennisboll från uppg. 2b), on v8 (sätt åter $a=1$) och approximera dess längd (som då blir en multipel av bollens radie a) mha. NIntegrate.

3a) Rita kurvan som ges i polära koordinater av $r = 2 + \cos(3t/2)$ (där t är polära vinkeln, ofta betecknad θ) mha. PolarPlot.

b) Rita överhandsknopen från uppg. 3b), on v8 mha. ParametricPlot3D.

c) $F(t,v) = (x(t,v), y(t,v), z(t,v)) =$
$= ((2+\cos(3t/2))\cdot\cos t + \frac{1}{5}\cdot\cos t\cdot\cos v,$
$(2+\cos(3t/2))\cdot\sin t + \frac{1}{5}\cdot\sin t\cdot\cos v,$
$\frac{\sqrt{2i}}{5}\cdot\sin(3t/2) + \frac{1}{5}\cdot\sin v)$, $t\in[0,4\pi]$, $v\in[0,2\pi]$
ger en <u>yta på parameterform</u>, nämligen en förtjockad version av knopen i b) delen. Rita även den mha. ParametricPlot3D och vrid på den mha. musen.

4) Låt $a=\sqrt{5}+1$ och $b=2$. Skriv om ellipsen $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ på parameterform som i uppg. 4, on v8 och rita den och dess evoluta (se demo, on v8) i samma figur mha. ParametricPlot. Tänk på hur den ursprungliga kurvan kan återskapas ur evolutan mha. ett snöre och en penna.

5) Vi studerar $f(x,y) = (2x^3 - y^4)/(x^2+5y^2)$ från uppg. 4, fr v9. Beräkna dess partiella derivator $f_1 = \partial f/\partial x$ och $f_2 = \partial f/\partial y$ mha. D och plotta graferna av f, f_1 och f_2 mha. Plot3D. Observera diskontinuiteterna hos f_1 och f_2.

v.g. vänd

6a) Rita grafen av $f(x,y) = 5e^{xy} - \sin(3x) - y^2$ från i onsdags mha. Plot3D.

b) Rita f:s nivåkurvor mha. ContourPlot

c) Rita nivåkurvan $f(x,y) = 1$ mha. ContourPlot och dess tangentlinje i punkten $(0,2)$ mha. Plot. Sammanför figurerna mha. Show.

7) $(x,y) = \left(\frac{9-9t^2}{2+6t^2}\cdot(1-t), \frac{9-9t^2}{2+6t^2}\cdot(1+t)\right)$, $t \in \mathbb{R}$ ger Cartesii blad $x^3+y^3 = 9xy$ på parameterform. Rita Cartesii blad och dess evoluta mha. ParametricPlot. Bestäm krökningsradien hos Cartesii blad i origo (där vi inte kan använda implicit derivering, eftersom ingendera variabeln är en funktion av den andra i en omgivning av origo). Beräkna även arean innanför öglan hos Cartesii blad.

8) Rita grafen av $f(x,y) = x/y$ från föreläsningen i kvadraten $|x-2| \leq \frac{1}{2} \geq |y-1|$ och dess Taylor-polynom $P_2(x,y)$ av grad 2 utvecklad i punkten $(2,1)$. Rita därefter resttermen $R_2(x,y) = f(x,y) - P_2(x,y)$ i denna kvadrat. Om datorn kapar av en del av grafen av R_2, kan man sätta PlotRange -> All inuti Plot3D-kommandot. Märk att $|R_2|$ är vida mindre än den övre gränsen vi fick på föreläsningen.

Uppg. 5 i höstens datorövning 3 illustrerar hur man kan bilda Taylor-polynom av funktioner (av en variabel) som definieras implicit (av någon ekvation). Motsvarande kan även göras med funktioner av flera variabler, som är definierade implicit.

Om några av uppgifterna från de tidigare datorövningarna är ogjorda, så passa på och gör dem nu. Lämna sedan Mathematica mha. Exit, stäng Mathematica-fönstret mha. musen och logga ut mha. musen.