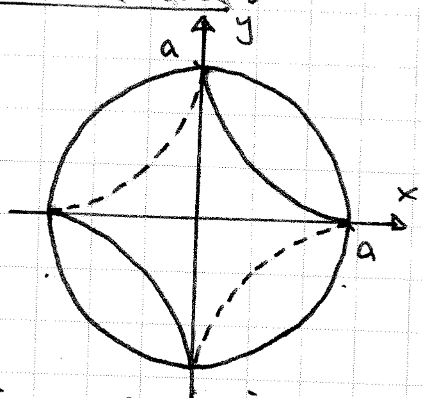
Gk2 i Matematik, hemtal v7/08 Metsalo

Onsdagen 20.2. har vi 1:a mellanförhöret, som omfattar kap. 8–11 i Adams med undantag för kap. 9.10 i uppl. 4 / kap. 9.9. i uppl. 6, som behandlar Fourier-serier, kap. 9.10 i uppl. 5 som behandlar lösning av ordinära differential-ekvationer mha. serier samt kap. 10.7 i uppl. 5 & 6, som behandlar matrisräkning mha. Maple. Till mellanförhöret får varken räknare eller tabellsamlingar medtagas.

On: 1a) 11.1.14 (kurvan kallas Vivianis kurva)

b) Svalcar har efter noggranna observationer kommit fram till att "sömmen" hos en tennisboll med radien a av allt att döma har en projektion i form av en asteroid: $x(t) = a\cdot\cos^3 t$, $y(t) = a\cdot\sin^3 t$, $xyz \geq 0$. Ge sömmen på parameterform (speciellt $z(t)$; $x(t)$ och $y(t)$ är ju redan givna. $1 = 1^3 = (\cos^2 t + \sin^2 t)^3$ kan underlätta) och bestäm sömmens tangentlinje i $\mathbb{R}^3$ i punkten, som svarar mot parametervärdet $t = \pi/6$.



2a) 11.1.22 b) 11.1.24.

3a) Bestäm längden hos rymdkurvan $\bar{r}(t) = 3t\,\hat{i} + 3t^2\,\hat{j} + 2t^3\,\hat{k}$ från punkten $(-3,3,-2)$ till punkten $(6,12,16)$.

b) Bestäm längden hos överhandsknopen $\bar{r}(t) = (2+\cos(3t/2))\cdot\cos t\,\hat{i} + (2+\cos(3t/2))\cdot\sin t\,\hat{j} + \frac{\sqrt{21}}{5}\sin(3t/2)\,\hat{k}$.
Rita gärna knopen mha. ParametricPlot3D i Mathematica.

4) 11.5.23. Mha. detta får vi metoder att göra skisser av ellipser med enbart passare och linjal.

Demo: Vi visar att kurvan $\bar{r}(t) = x(t)\,\hat{i} + y(t)\,\hat{j}$ i planet har evolutan $\bar{r}_c(t) = \xi(t)\,\hat{i} + \eta(t)\,\hat{j}$, där

$$\xi(t) = x(t) - y'(t)\cdot\frac{(x'(t))^2 + (y'(t))^2}{x'(t)\cdot y''(t) - x''(t)\cdot y'(t)} \quad \text{och}$$

$$\eta(t) = y(t) + x'(t)\cdot\frac{(x'(t))^2 + (y'(t))^2}{x'(t)\cdot y''(t) - x''(t)\cdot y'(t)}$$

(förutsatt att kurvan är "tillräckligt snäll").

Fr: 1) 11.5.16. I uppl. 4 förekommer ett olyckligt tryckfel:
Det skall stå $\kappa(\theta) = \dfrac{|2(f'(\theta))^2 + (f(\theta))^2 - f(\theta)\cdot f''(\theta)|}{[(f'(\theta))^2 + (f(\theta))^2]^{3/2}}$ ← Obs!

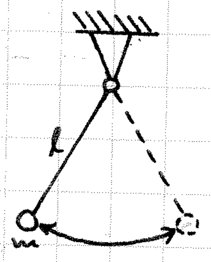
2) 11.R.7 (Review)

3) Rymdkurvan $\bar{r}(t) = t^2\hat{i} + 2t\hat{j} + \ln t\,\hat{k}$ närmar sig negativa z-axeln, då $t \to 0^+$ och blir alltmer parallell med positiva x-axeln, då $t \to \infty$, eftersom x-koordinaten ökar mycket snabbare än y- och z-koordinaten, då parametern t växer över alla gränser.

a) Beräkna längden hos den delen av kurvan, som finns mellan punkten, där kurvan skär xy-planet och punkten, som svarar mot $t = 2$.

b) Bestäm minimala krökningsradien hos kurvan.

4) 11.R.11 (använd formlerna i onsdagens demo). Tillsammans med dagens demo nedan ger denna uppgift den isokrona pendeln. För en vanlig matematisk pendel beror svängningstiden nämligen på utslagsvinkeln, även om den är nästan konstant för små svängningar.



Demo: 11. Ch. 4 (Challenging Problems): Tautokronen