Gk2 i Matematik, hemtal v6/08 Metsalo

Torsdagen 7.2. har vi 1:a datorövningen. Uppgifterna finns på insidan av detta blad. Glöm inte att datorövningarna kräver förberedelser!

Ou: 1a) 9.5.23 b) 9.5.24 c) 9.5.28 d) 9.5.32 i Adams.
2) Använd någon lämplig Taylor-serie till att approximera talet $e^{-0.5}$ med ett rationellt tal så att felet är < 0.0005 till absolutbeloppet. (Använd gärna fickräknarens värde $e^{-0.5} \approx 0.606\,530\,66$ efteråt för kontroll.)

De övriga av onsdagens hemtal behandlar Svakars sillfrukost, som delades ut tillsammans med kursinformationen. Se insidan av kursinfo-bladet.
Avgör vilka av Svakars kamrater dricker ändligt mycket och vilka dricker oändligt mycket. Bestäm också hur mycket de dricker, som dricker ändligt mycket och observera den sammanfattande frågan. Var dock försiktiga med empiriska försök: divergens kan vara fatalt! Glöm inte att det också går att föreslå nya strategier närhelst man kommer på några sådana.

3a) Adam, Bertil, Caesar och David
b) Erik, Filip, Gustav och Harald
4a) Ivar, Johan, Kalle och Ludvig
b) Martin, Olof, Petter och Qvintus.

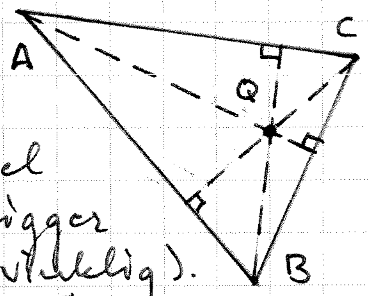
Slutligen en sammanfattande fråga: Vem dricker mest av dem, som dricker ändligt mycket under sillösen? Glöm därvid inte Niklas! Hur mycket han dricker kan vi räkna ut då vi gått igenom kap. 14.

Demo: 9.7.16&18 / 9.7.18&20 (uppl. 4&5 / uppl. 6).
Mha. serier får vi nya metoder att approximera "omöjliga" integraler. Denna typ av integraler dyker upp i kap. 11 i samband med klotoiden (fig. 11.25 / fig 11.28 i uppl. 4 / uppl. 5&6), en viktig kurva vid byggande av (järn-)vägar.

Fredagens hemtal på baksidan

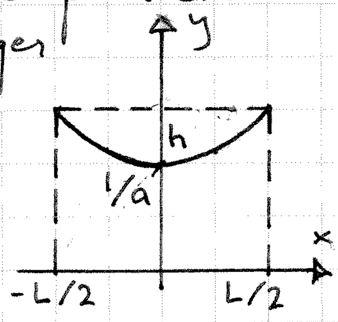
Fr: 1a) 10.2.8 i Adams (medianernas skärningspunkt)

b) Visa att om vi tar en godtycklig tetraeder och sammanbinder varje hörn med skärningspunkten för motstående sidas medianer, så kommer dessa fyra linjer att skära i en punkt.



2) Visa (lämpligast mha vektorer och skalärprodukten) att även de tre höjderna hos en plan triangel ABC skär i en punkt Q (som ligger utanför triangeln om den är trubbvinklig).

Kommentar: Hos plana trianglar skär även mittpunktsnormalerna i en punkt och medianernas, höjdernas och mittpunktsnormalernas skärningspunkter ligger på en rät linje. Vidare skär även bisektriserna i en punkt.



3) I kap. 10.2 visas att då en kedja hänger fritt ges dess elevation av $y=\frac{1}{a}\cdot\cosh(ax)$, om vi väljer koordinaterna lämpligt. En kedja med längden L, upphängd som i fig är horisontell, men en kedja med längden $L+\Delta L$ säckar sträckan h i mitten. Visa mha. Maclaurin-utvecklingar att om $\Delta L \ll L$ (mycket mindre än), så är $h \approx \sqrt{\frac{3}{8}\cdot L\cdot \Delta L}$.

4a) Visa att $\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}=\bar{0} \Rightarrow \bar{a}\times\bar{b}=\bar{b}\times\bar{c}=\bar{c}\times\bar{a}$ (i $\mathbb{R}^3$)

b) Visa att $\bar{u}\times(\bar{v}\times\bar{w})=(\bar{u}\bullet\bar{w})\bar{v}-(\bar{u}\bullet\bar{v})\bar{w}$.

Demo: $A=\begin{pmatrix}1 & 22 & -26\\ 22 & 16 & 4\\ -26 & 4 & -8\end{pmatrix}$ Visa som <u>förberedelse</u> att (den symmetriska) matrisen A har (de reella) egenvärdena $\lambda_1=9$, $\lambda_2=36$ och $\lambda_3=-36$ med tillhörande (ortonormaliserade) egenvektorer $\hat{v}_1=\frac{1}{3}\cdot(1,-2,-2)^T$, $\hat{v}_2=\frac{1}{3}(2,2,-1)^T$ resp. $\hat{v}_3=\frac{1}{3}(2,-1,2)^T$.

Under övningen analyserar vi 2:agradsytan
$$x^2+16y^2-8z^2+44xy+8yz-52zx-12x+240y-192z=0$$
(som under gårdagens datorövning visade sig vara en enmantlad hyperboloid. Här härleder vi samma resultat.)