Gk2 i Matematik, datorövn. 2, 13.3.2008 Metsalo

0) Vi använder åter programpaketet Mathematica. Läs igenom uppg. 0 från höstens datorövn. 1 samt vid behov sammanfattningen av Mathematica från höstens datorövn. 2. De finns bägge på hemsidan för Gk2 under rubriken Övningsuppgifter. Kom ihåg att dubbelklicka för ^ (upphöjt till).

1) Rita Vivianis kurva från uppg. 1, on v7 mha. ParametricPlot3D. Genom att klicka på figuren kan man vrida på den mha. musen.

2) Rita sömmen hos Svakars tennisboll från uppg. 2, on v7 mha. ParametricPlot3D (låt bollens radie vara 1) och approximera dess längd mha. NIntegrate.

3a) Rita kurvan som ges i polära koordinater av $r = 2 + \cos(3t/2)$ (där t är polära vinkeln, ofta betecknad θ) mha. PolarPlot

b) Rita överhandsknopen från uppg. 3b), on v7 mha. ParametricPlot3D.

c)
$$\bar{r}(t,v) = (x(t,v), y(t,v), z(t,v)) =$$
$$= \Big((2+\cos(3t/2))\cdot\cos t + \tfrac{1}{5}\cdot\cos t\cdot\cos v,$$
$$(2+\cos(3t/2))\cdot\sin t + \tfrac{1}{5}\cdot\sin t\cdot\cos v,$$
$$\tfrac{\sqrt{21}}{5}\cdot\sin(3t/2) + \tfrac{1}{5}\cdot\sin v\Big),\quad t\in[0,4\pi],\ v\in[0,2\pi]$$
ger en <u>yta på parameterform</u>, nämligen en förtjockad version av knopen i b)-delen. Rita även den mha. ParametricPlot3D och vrid på den mha. musen.

4) Låt $a = \sqrt{5}+1$ och $b = 2$. Skriv om ellipsen $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ på parameterform som i uppg. 4, on v7 och rita den och dess evoluta (se demo, on v7) i samma figur mha. ParametricPlot. Tänk på hur den ursprungliga kurvan kan återskapas ur evolutan mha ett snöre och en penna.

v. g. vänd

5) Vi studeras $f(x,y) = (2x^3 - y^4)/(x^2+5y^2)$ från uppg. 4, ov v 9. Beräkna dess partiella derivator $f_1 = \partial f/\partial x$ och $f_2 = \partial f/\partial y$ mha. D och plotta graferna av f, f_1 och f_2 mha. Plot3D. Observera diskontinuiteten hos f_1 och f_2.

6a) $g(x,y) = x^3 + y^3 - 9xy$. Rita g:s graf mha. Plot3D

b) Rita g:s nivåkurvor mha. ContourPlot

c) Rita nivåkurvan $g(x,y) = 0$ (Cartesii blad) mha. ImplicitPlot. Märk hur Mathematica "fuskar", där kurvan skär sig själv. Programpaket har begränsningar!

7) $$(x,y) = \left(\frac{9-9t^2}{2+6t^2}\cdot(1-t),\ \frac{9-9t^2}{2+6t^2}\cdot(1+t)\right),\ t \in \mathbb{R}$$
ger Cartesii blad $x^3+y^3 = 9xy$ på parameterform. Rita åter Cartesii blad samt dess evoluta mha. ParametricPlot och bestäm dess krökningsradie i origo (där vi inte kan använda implicit derivering, eftersom ingendera variabeln är en funktion av den andra i en omgivning av origo)! Beräkna även arean innanför öglan hos Cartesii blad.

8) Rita grafen av $f(x,y) = x/y$ från föreläsningen i kvadraten $|x-2| \le \frac{1}{2} \ge |y-1|$ och dess Taylor-polynom $P_2(x,y)$ av grad 2 utvecklad i punkten $(2,1)$. Rita därefter resttermen $R_2(x,y) = f(x,y) - P_2(x,y)$ i denna kvadrat. Om datorn kapar av en del av grafen av R_2, kan man sätta PlotRange -> All inuti Plot3D-kommandot. Märk att $|R_2|$ är vida mindre än den övre gränsen vi fick på föreläsningen.

Uppg. 5 i höstens datorövn. 3 illustreras hur man kan bilda Taylorpolynom av fkner (av en var.) som definieras implicit. Motsv. kan även göras med fkner av flera var., som definieras implicit av ngn. ekvation.
Om några av uppg. från förra datorövn. är ogjorda, så passa på och gör dem nu. Lämna sedan Mathematica mha. Exit, stäng Mathematica-fönstret mha. musen och logga ut mha. musen.