Gk1 i Matematik, datorövning 2, 3.11.2005 Metsalo

0) Läs igenom uppg. 0 från datorövn. 1 och handla därefter!

Under denna datorövning använder vi programpaketet Mathematica. Mathematica kan i motsats till Matlab arbeta symboliskt och inte bara numeriskt. Logga in direkt vid arbetsstationen, vid vilken ni sitter. Därefter anropar ni programpaketet Mathematica genom att skriva use mathematica ↵. Sedan startar ni Mathematica genom att skriva mathematica ↵. Mathematica ritar då upp ett nytt fönster, dit ni skriver kommandona. Ett kommando avslutas med Shift Enter (i Matlab var det bara Enter ↵). Pilknapparna fungerar också annorlunda än i Matlab: man rör sig upp och ned i fönstret.

På baksidan finns en liten sammanfattning av Mathematica. Märk speciellt att för att få information om något kommando Namn skriver man ?Namn (i Matlab skriver man help namn). Vidare tycks ^ (upphöjt till) inte fungera vid alla arbetsstationerna. Använd vid behov upprepad multiplikation i stället i så fall.

1a) Mathematica kan beräkna somliga gränsvärden. Pröva t.ex. 1.2.12, 1.2.25 och 1.3.6 från fr vk2. Limit, Sqrt, Sin, Cos och Infinity kan vara till nytta. Studera dem via ?Limit och så vidare.

b) Tänk efter hur $\exp(1/x) = e^{1/x}$ uppför sig nära $x=0$. Beräkna $\lim_{x\to 0^-} \exp(1/x)$ och $\lim_{x\to 0^+} \exp(1/x)$. Exp och Direction kan vara till nytta.

2a) Mathematica kan rita funktioners grafer. Pröva t.ex. $f_1(x) = \sin(1/x)$. Använd Plot. PlotRange och AspectRatio kan användas för att påverka figurens utseende. Märk hur datorn "fuskar", då den ritar grafen nära $x=0$.

b) Dito för $f_2(x) = x + 2x^2 \cdot \sin(1/x)$ från i förrgår och $f_3(x) = \exp(1/x)$ från uppg. 1b) ovan.

c) Dito för $f(x) = 2x/(1+x^2)$ och $g(x) = \arcsin(f(x))$. Märk att $g$ inte är differentierbar överallt. Använd vid behov $x \cdot x$ i stället för $x^2$.

v.g. vänd

3) Mathematica kan derivera symboliskt mha. D. Pröva t.ex. $\frac{d}{dx}(f(x))$ och $\frac{d}{dx}(g(x))$ från uppg. 2c) ovan. Plotta också derivatornas grafer. Märk hur Mathematica "fuskar" då den ritar grafen av en diskontinuerlig funktion: precis som Matlab beräknar Mathematica funktionsvärdet i ett antal punkter (tätare, om funktionen varierar mycket och glesare, om funktionen tycks uppföra sig "snällt") och sammanbinder dessa punkter med räta linjer.

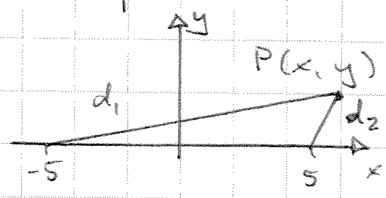
4) Mathematica kan också rita kurvor på parameterform. Asteroiden $x^{2/3}+y^{2/3}=a^{2/3}$ från uppg. 10) i 1:a datorövningen och morgondagens hemtal 2 kan ges på parameterform som $(x,y)=(a\cdot\cos^3 t, a\cdot\sin^3 t)$, $t\in[0,2\pi]$. Välj $a=1$ och rita asteroiden. Rita gärna också enhetscirkeln i samma figur. Använd ParametricPlot. Två olika figurer kan sammanföras mha. Show, speciellt om man namngett dem! AspectRatio påverkar figurens utseende.

5) Mathematica kan finna somliga obestämda integraler, även kallade anti-derivator eller primitiva funktioner. Beräkna $\int (a^{2/3}-x^{2/3})^{3/2}\,dx$. Använd Integrate. Beräkna också arean hos asteroiden i uppg. 4 ovan och kontrollera svarets rimlighet genom att jämföra med figuren.

6) Andra integraler klarar Mathematica inte av. Pröva t.ex. $\int \sin(\sqrt{1+x^6})\,dx$. Men bestämda integraler som $\int_0^1 \sin(\sqrt{1+x^6})\,dx$ kan Mathematica approximera mha. NIntegrate. Pröva!

Mathematica är alltså ett kraftfullt verktyg för att bland annat kontrollera svaren till olika hemtal. Men glöm inte, att vi är ute efter lösningarna, inte bara svaren.

7) Om apostrofen ` fungerar, kan man även ladda programpaketet ImplicitPlot. Detta tycks vara fallet om ^ (upphöjt till) fungerar. Ladda i så fall ImplicitPlot mha. kommandot <<Graphics`ImplicitPlot` och använd ImplicitPlot till att rita lemniskatan $d_1 \cdot d_2 = 25$ och kurvan $d_1 \cdot d_2 = 30$ från uppg. 9 i 1:a datorövningen och morgondagens hemtal 3 och 4.




($d_1$ står för avståndet från punkten P(x, y) till (-5, 0) och $d_2$ för avståndet från P(x, y) till (5, 0). Punkten (6, 2) finns på lemniskatan $d_1 \cdot d_2 = 25$.) Märk att ekvationer ges med två likhetstecken i Mathematica.

Lämna Mathematica mha. Exit och stäng fönstret genom att välja Quit under File. Om somliga av uppgifterna i 1:a datorövningen är ogjorda, så kan dessa attackeras, om tiden tillåter.

Glöm inte att logga ut efteråt.

- *Mathematicas* hjälpsystem används på följande sätt: ?Det ger uppgifter om Det, ??Det ger en noggrannare beskrivning. *-tecknet fungerar som en joker, dvs. ?Int* räknar upp all funktioner som börjar med Int, ?*Int* osv.
- *Mathematicas* egna funktioner och befallingar börjar alltid med stor bokstav, och består i allmännhet av hela ord, dvs. Integrate, Det, Inverse. Om funktionens namn är ett sammansatt ord, så börjar bägge delarna med stor bokstav, t.ex. MatrixForm, NullSpace (obs! Eigensystem, är undantaget som bekräftar regeln). Funktionernas argument ges inom hårda parenteser [ ].
- *Mathematica* ger namn åt inmatade och utmatade data av typen In[luku], Out[luku]. Dessa kan användas som refernser; dessutom kan man hänvisa till utmatad data med hjälp av %-tecknet. Således betyder %5 samma sak som Out[5] och ett enkelt % hänvisar till föregående utmatning.
- Om man skriver ett semikolon i slutet av en inmatning så skrivs inte resultatet ut; trots det kan man hänvisa till resultatet med ett %-tecken. Flera inmatningar kan ges på samma rad separerade av semikolon.
- *Mathematica* känner bl.a. följande konstanter: I (Imaginärenheten), Pi ($\pi$ ) och E ($e$ dvs. Nepers tal).
- Multiplikationstecknet kan ersättas med ett mellanslag: x*y eller x y; obs att om mellanslaget fattas så tolkas xy som en variable vars namn är xy. Exponenten tecken är ^, t.ex. $3^5$ =3^5.
- *Mathematica* känner till bl.a. följande elementärfunktioner: Exp, Sqrt, Sin, Cos, Log, ArcTan osv. Kom ihåg stora begynnelsebokstäver! Numeriska värden får man med kommandot N, t.ex. N[Exp[Pi]]. N[Pi,30] ger $\pi$ med 30 korrekta decimaler. Försök uttryck av typen Sin[Pi/2] och Exp[I Pi]. Vinklar ges således i radianer. Konstanten som förvandlar grader till radianer heter Degree = $\pi/180$: t.ex. Sin[45 Degree].

  Då man upphöjer ett komplext tal i en potens, och därefter tar motsvarande rot av talet, får man i allmännhet inte samma tal tillbaka som man startade med. försök t.ex. följande: (0.3+0.8 I)^5;%^(1/5). Det rör sig inte om ett programmeringsfel utan om att komplexa rötter inte är entydigt definjerade...försök också räkna (-1.0)^(1/3).

  Elementärfunktioner godtar således också komplexa argument. försök med Log[2.3+5.5 I], Sin[-9.3+6.6 I].