

0) Datorövningarna kräver förberedelser hemma, precis som räkneövningarna. Att läsa igenom uppgifterna för första gången då man redan sitter vid datorn är att kasta bort möjligheten att lära sig något! Gå igenom materialet i lugn och ro hemma. Tänk efter hur man rent matematiskt skall gå tillväga för att lösa uppgifterna och vilka områden av figurerna som är av intresse. Låt sedan datorn göra räknearbetet.

Under denna datorövning lär vi oss att använda programpaketet Matlab. Namnet kommer från MATrix LABoratory och Matlab arbetar med matriser av tal.

Logga in direkt i arbetsstationen vid vilken ni sitter. Därefter anropar ni programpaketet Matlab genom att skriva `use matlab` ←. Sedan startar ni Matlab genom att skriva `matlab` ←. Matlab ritat upp nya fönster och svarar med `>>` när den är beredd att taga emot kommandon.

Lär er att använda pilknapparna ←, ↑, ↓ och → genom att t.ex först beräkna $1+1$ och sedan via knapparna ↑ och ← manipulera kommandoraden till $2+1$. Om ett kommando skall användas många gånger med små variationer behöver man inte skriva om allting från början.

Kommandot `help namn` ger information om funktionen `namn`. Detta kan vara till nytta, om datorn är missnöjd och ger felmeddelanden.

Gå gärna igenom några exempel i Matlab-opas.

1) Studera först funktionen `roots` utifrån `help roots` och lös därefter 3:e-gradsekvationen från uppg. 2, fr. v. 38:

$$p(z) = z^3 + (-2 - 5i)z^2 + (-10 + 10i)z + (18 + 6i) = 0.$$
 Inmatning av matriser och vektorer beskrivs på sid. 10-11. Kontrollera svaren via insättning.

Varning: jag fick problem vid användandet av \wedge (upphöjt till). Skriv $z * z$ i stället för z^2 och $z * z * z$ i stället för z^3 i kontrollen.

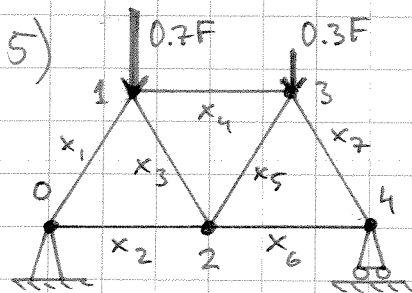
- 2) Lös det linjära ekvationssystemet uha. Gauss-Jordans metod eller Gauss elimination med påföljande backsubstitution:
- $$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 7 \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 4 \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases}$$
- Bilda en 3×3 -matris A , som innehåller koefficienterna samt en 3×1 -matris (dvs. en kolumnvektor) b , som innehåller högerledet. Bilda därefter den sammansatta matrisen $C = [A, b]$, som kommer att vara en 3×4 -matris. Alla radmanipulationer utförs sedan på matrisen C .

Ex: $r_3 = r_3 - 2 \cdot r_1$ skrivs $C(3, :) = C(3, :) - 2 * C(1, :)$
 $r_2 = (-1/5) \cdot r_2$ skrivs $C(2, :) = (-1/5) * C(2, :)$
 (vi behöver inte exakt dessa radmanipulationer!)

Spara gärna mellansteg genom att skriva $C1 = C$ med jämna mellanrum. $C1$ är då en backup-matris, om man råkar göra något fel så C förstörs. Kontrollera svaret via insättning.

- 3) Lös samma uppgift uha. inversmatrisen, dels genom att beräkna $\text{inv}(A) * b$, dels $A \setminus b$ (division med matrisen A från vänster, dvs. multiplikation med A 's inversmatris från vänster). Märk hur dessa två metoder ger samma svar uttrycket på olika sätt, beroende på att svaret beräknas på olika sätt.

- 4) Lös det linjära ekvationssystemet som i uppg. 2 eller 3.
- $$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 3 \\ 6x_1 + x_2 + 3x_3 = 7 \end{cases}$$
- Ifrågasättande koefficientmatris saknar inversmatris (beräkna dess determinant via $\det(A)$!), så vi kan inte beräkna $\text{inv}(A)$. Bestäm först lösningarna "manuellt" som i uppg. 2 (det finns oändligt många) och pröva därefter metoderna i uppg. 3.



Lös problemet med fackverket från uppg. 4, fr $\sqrt{39}$. Sätt $F = 1$, så blir dragkrafterna x_i multiplar av F . Vilket stag i fackverket har största drag- resp. tryckkraften? (Dessa borde kanske förstärkas, medan stag med små drag- eller tryckkrafter kan kanske ersättas med svagare (och därmed förhoppningsvis billigare) stag.)

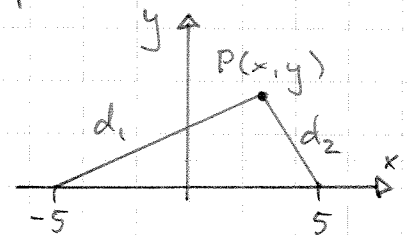
6) $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ Beräkna egenvärdena och tillhörande egenvektorer till den symmetriska matrisen A mha. funktionen `eig`, som ger normerade egenvektorer. Kontrollera att egenvärdenas produkt är $\det(A)$. Vad medför symmetrin hos A för egenvektorerna?

7) $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ Beräkna $\det(B)$ och $\text{inv}(B)$. Beräkna B 's egenvärden och tillhörande egenvektorer mha. `eig`. Observera, att bägge egenvärdena har algebraisk multiplicitet 2, medan det ena har geometrisk multiplicitet 2 och det andra bara geometrisk multiplicitet 1.

8a) Skissa kurvan $y = \sin(1/x)$ för $x \in [-1, 1]$. Jämför med ex. 6 på sid. 48. `x = -1:0.01:1; y = sin(1./x); plot(x, y)` borde fungera. Kom ihåg att Matlab arbetar med matriser, så om man inte specificerar, att operationen skall utföras komponentvis (genom en punkt `.` framför operationen), försöker Matlab utföra den på matriser. Mellanslag mellan ettan och prickken, förhoppas tolkas den som en decimalpunkt. Sen skilletecken; efter ett kommando gör att resultatet inte skrivs ut. Märk att funktionen uppför sig illa nära $x = 0$.

b) Skissa kurvan $y = f(x) = x + 2x^2 \cdot \sin(1/x)$ för $x \in [-0.1, 0.1]$. (Jag hade som sagt problem med `^` (upphöjt till), men `y = x + 2 * x . * x . * sin(1 ./ x)`; borde fungera.) På sid. 48 illustreras också, hur derivatan kan beräknas numeriskt. Skissa även kurvan $y = f'(x)$.

9) För punkten $P(x, y)$ låter vi d_1 beteckna avståndet från P till $(-5, 0)$ och d_2 avståndet från P till $(5, 0)$. Rita kurvorna



$d_1 \cdot d_2 = 20$, $d_1 \cdot d_2 = 25$ och $d_1 \cdot d_2 = 30$. Jmf. med ex. 9 på sid. 52-53 och tänk efter, vilket område i xy -planet är av intresse. Tag också en utskrift genom att trycka på File i figuren, välja Print och sedan `+ex`. Skrivaren Maarib! Kurvan $d_1 \cdot d_2 = 25$ är en lemniskata. Den är oändlighetsteckenets förebild.

Om en punkt rör sig i planet, ges dess koordinater som två funktioner av tiden: $(x, y) = (f(t), g(t))$. I så fall säges kurvan, längs vilken punkten rör sig, vara given på parameterform. Kurvan $y = h(x)$ kan enkelt ges på parameterform: $(x, y) = (t, h(t))$. Parameterform är alltså en generellare metod att ge kurvor i planet än $y = h(x)$.

10) Asteroiden $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$, som vi också studerar under flera räkneövningar, kan ges på parameterform som $(x, y) = (a \cdot \cos^3 t, a \cdot \sin^3 t)$. Välj t.ex. $a=1$ och rita asteroiden. Rita också in enhetscirkeln i samma figur mha. hold on. Glöm inte att göra hold off efteråt. Asteroiden fås via $t = 0:0.1:6.3$, $c = \cos(t)$, $s = \sin(t)$, $x = c * c * c$, $y = s * s * s$. `plot(x, y)`. grid ger ett rutnät och axis ('square') gör att figuren täcker en kvadrat. I detta fall medför detta att axlarna får samma skala.

11) Slutligen en utmaning, som kräver förberedande arbete och även arbete efteråt: Från tidigare har vi att

$$\sum_{k=1}^n k^0 = 1^0 + 2^0 + \dots + n^0 = 1 + 1 + \dots + 1 = n = \frac{1}{1} \cdot n^1$$

$$\sum_{k=1}^n k^1 = 1^1 + 2^1 + \dots + n^1 = \frac{1}{2} \cdot n(n+1) = \frac{1}{2} \cdot n^2 + \frac{1}{2} \cdot n$$

$$\sum_{k=1}^n k^2 = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{3} \cdot n^3 + \frac{1}{2} \cdot n^2 + \frac{1}{6} \cdot n$$

och att

$$\sum_{k=1}^n k^3 = 1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{1}{4} \cdot n^4 + \frac{1}{2} \cdot n^3 + \frac{1}{4} \cdot n^2 \quad (\text{via induktion}).$$

Ur detta kan man gissa (ansätta, för att använda ett finare ord), att $\sum_{k=1}^n k^4 = 1^4 + 2^4 + \dots + n^4 = \frac{1}{5} \cdot n^5 + a \cdot n^4 + b \cdot n^3 + c \cdot n^2 + d \cdot n$ för (än så länge okända) konstanter a, b, c och d . Beräkna $\sum_{k=1}^n k^4$ för $n=1, 2, 3$ och 4 och sätt upp ett linjärt ekvationssystem för att bestämma a, b, c & d . Använd slutligen induktion för att undersöka, om ansatsen stämmer också för $n > 4$, dvs. om vi har fått en formel för $\sum_{k=1}^n k^4$, $n \in \mathbb{N}$.

Lämna Matlab mha. kommandot quit. Glöm sedan inte att logga ur datorn. Använd gärna Matlab för att kontrollera svaren till hemtalen, då det är möjligt. De uppgifter som vi inte hinner göra under datorövningen kan vi försöka göra vid något senare tillfälle, om vi hittar någon ledig arbetsstation.