

Mat-1.1131 Matematiikan peruskurssi C3-I
Eloranta / Haimi
Harjoitustehtävät

38

Kotitehtävät palautetaan omalle assistentille tai huoneen U345 edessä olevaan lokeriin ke klo 12.15 mennessä. Vastaukset kirjoitetaan joko konseptille tai nidotuille irtolehdille. Palautettavaan papereihin on ehdottomasti merkittävä kansilehteen kurssin nimi, tehtäväviikko, ryhmä, johon on ilmoittautunut, sekä oma nimi ja opiskelijanumero. Puutteelliset harjoituspaperit jätetään arvostelematta.

1 Kotitehtävät

Kotitehtävä 1: Piirrä seuraavat joukot kompleksitasoon.

- (a) $\frac{1}{2} < |z - 4 + 2i| < 2$
- (b) $\operatorname{Re}(1/z) < 1$
- (c) $\operatorname{Re}(z^2) \leq 1$

Kotitehtävä 2: Määritellään funktio f seuraavasti: $f(0) = 0$ ja

- (a) $f(z) = (\operatorname{Im}(z)/z)$
- (b) $f(z) = (\operatorname{Re}z/(1 + |z|))$

kun $z \neq 0$. Onko f jatkuva pisteessä $z = 0$?

Kotitehtävä 3: (a) Onko funktio $v = x^3 - 3x^2$ harmoninen?

- (b) Määritä $a, b \in \mathbb{R}$ siten, että $u = ax^3 + by^3$ on harmoninen.

2 Laskuharjoitukset

Tehtävä 1: Ovatko funktiot

- (a) $f(z) = z\bar{z}$
- (b) $f(z) = z + 1/z$

analyttisiä?

Tehtävä 2: Onko funktio $u = x/(x^2 + y^2)$ harmoninen? Jos on, mikä on u :n harmoninen konjugatti?

Tehtävä 3: Määritä $a \in \mathbb{R}$ siten, että $u(x, y) = e^{ax} \cos 5y$ on harmoninen.

Tehtävä 4: Piirrä annetun joukon kuva kuvauksessa f :

(a) $|z| > 1, f(z) = 4z$

(b) $\frac{\pi}{2} < \arg z < \frac{3}{4}\pi, f(z) = z^2$

Tehtävä 5: (a) Laske e^z ja $|e^z|$ muodossa $u + iv$, kun $z = 1 + i$.

(b) Esitä luku $z = 1 + i$ napakoordinaateissa käyttäen eksponenttifunktiota.

Tehtävä 6: Olkoon $f(z) = e^z$. Mikä on joukon

$$-1 \leq x \leq 1, -\pi < y < \pi$$

kuvajoukko?